

2006

الفصل الأول



الأستاذ: محمد صلاح

0787412853



# المكتف الكبير



نسخة معدلة...  
منقحة...  
و مزيدة...

ملاحظة: هذا المكثف للفصل الأول عدد صفحاته (133) صفحة

مقسّم إلى:


1. شرح الفصل الأول كاملاً (70 – 80) صفحة.

2. (13) امتحان ضع دائرة للتمرّن على صيغة الأسئلة الوزارية، لكل درس امتحان شامل

جميع أفكار الدرس.

3. امتحانات وزارية سابقة.

4. سيكون هناك مكثف آخر ليلة الامتحان يحوي **أهم أهم** الأسئلة الوزارية سيتم

شرحه من خلال بث مباشر على قناة اليوتيوب 

"هذا المكثف مجاني عن روح والدتي، فلولاها لم أكن هنا بينكم  
فإذا رأيتم مَنّي خيراً فادعوا لها بالرحمة"

• يمكن استخدام هذا المكثف من قِبَل أيّ معلّم لكن لطفاً إسناد هذا العمل لأهله.

صنع بحب

محبّكم الأستاذ:

محمد صلاح

0787412853

كتابة المكثف و تعديله و القائم عليه:

المعلمة: وعد الصعوب

شغل نظيف .. نظيف .. نظيف

0782862523



# خطة مكثف الرياضيات الأدبي



اطلب نسخة pdf من المكثف



0787412853



النهاية 22/6



البداية 4/5

- مواعيد تنزيل الحصص: كل (سبت / اثنين / الأربعاء / جمعة) الساعة 5:00pm.
- عدد حصص المكثف 25 حصة.

ملاحظات:

- مدة الحصة ساعة ، كل حصة عبارة عن شرح درس كامل.
- بعد كل درس يوجد **إمتحان** (اختيار من متعدد) يشمل كل الأفكار الوزارية لتثبيت المعلومات.

بتحلو و بتبعثلي الحل على رقم الواتس 0787412853

**بتأخر شوي بالرد لكن برد على الكل**

- احتاج منك بعد كل موعد حصة ساعتين و نص رياضيات حضور الحصة (ساعة) + مراجعة سريعة للحصة مع حل الامتحان (ساعة ونص)
- سيكون هناك عدة بثوث مباشرة على قناتي على اليوتيوب و على منصة أساس التعليمية ليالي الإمتحان (لحل بعض النماذج المقترحة)



#خليك مع الكبير\_تكسب

خصائص الإقتران الأسّي في الصورة العامة:

(المجال و المدى)

$$f(x) = a(b)^{x-h} + k$$

✓ المجال:  $R = (-\infty, \infty)$  مجموعة الأعداد الحقيقية.

✓ المدى:  $(k, \infty)$

✓ ملاحظة: إذا كانت  $a$  سالبة فإن المدى  $(-\infty, k)$

✓ ملاحظة: دائماً إذا كان الرقم مرفوع لقوة سالبة اعكس أولاً.

5 إذا كان:  $f(x) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^x$ ، فإن مجال الإقتران؟

- (a)  $R$  (b)  $R^+$   
(c)  $R^-$  (d)  $\{0\}$

6 إذا كان:  $f(x) = -3(4)^x + 1$ ، فإن مجال الإقتران:

- (a)  $(0, \infty)$  (b)  $(-\infty, \infty)$   
(c)  $(-\infty, 0)$  (d)  $\{0\}$

7 إذا كان:  $f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$ ، فإن مدى الإقتران:

- (a)  $(-\infty, 1)$  (b)  $(1, \infty)$   
(c)  $(-\infty, 3)$  (d)  $(3, \infty)$

## الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية و اللوغاريتمية

### الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1 إذا كان:  $f(x) = 3^x - 1$ ، فإن  $f(3)$ ؟

- (a) 27 (b) 26  
(c) 81 (d) 80

2 إذا كان:  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 4$ ، فإن  $f(-1)$ ؟

- (a) -7 (b) 4  
(c)  $\frac{13}{3}$  (d) 7

3 إذا كان:  $f(x) = 2(4)^{-x} + 5$ ، فإن  $f(2)$ ؟

- (a)  $-\frac{39}{8}$  (b)  $\frac{41}{8}$   
(c) 37 (d) -37

4 إذا كان:  $f(x) = 1 + 2(13)^x$ ، فإن  $f(0)$ ؟

- (a) 2 (b) 1  
(c) 3 (d) 35



خصائص الإقتران الأسّي في الصورة العامة

(التزايد و التناقص)

$$f(x) = a(b)^{x-h} + k$$

✓ يكون الاقتران متزايدًا: إذا كانت  $b > 1$

✓ يكون الاقتران متناقصًا: إذا كانت  $b < 1$

✓ ملاحظة:

○ إذا كانت  $a$  سالبة يكون الاقتران متزايدًا: إذا

كانت  $0 < b < 1$

○ إذا كانت  $a$  سالبة يكون الاقتران متناقصًا: إذا

كانت  $b > 1$

12 أي من الآتية هو اقتران متزايد على جميع قيم  $x$ :

(a)  $f(x) = 7^{x-2} + 1$

(b)  $f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$

(c)  $f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$

(d)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 5$

13 أي من الآتية هو اقتران متناقص على جميع قيم  $x$ :

(a)  $f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$

(b)  $f(x) = (5)^{x-1} + 2$

(c)  $f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$

(d)  $f(x) = 4(5)^{-x}$

8 إذا كان:  $f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$ ، فإن مدى الاقتران:

(a)  $(7, \infty)$

(b)  $(-\infty, 7)$

(c)  $(-\infty, -7)$

(d)  $(-7, \infty)$

9 إذا كان:  $f(x) = 3 + 4(2)^x$ ، فإن مدى الاقتران هو:

(a)  $(-\infty, 4)$

(b)  $(4, \infty)$

(c)  $(-\infty, 3)$

(d)  $(3, \infty)$

10 إذا كان:  $f(x) = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 5$ ، فإن مدى الاقتران:

(a)  $(5, \infty)$

(b)  $(-\infty, 5)$

(c)  $(-\infty, -3)$

(d)  $(-\infty, 3)$

11 إذا كان:  $f(x) = 2 - (5)^x$ ، فإن مدى الاقتران هو:

(a)  $(-\infty, 2)$

(b)  $(2, \infty)$

(c)  $(-\infty, 1)$

(d)  $(1, \infty)$

خصائص الإقتران الأسّي في الصورة العامة:

$$f(x) = a(b)^{x-h} + k$$

✓ المقطع  $y$ : هو تعويض  $x = 0$  في المعادلة

✓ خط التقارب الأفقي:  $y = k$

✓ الاقتران الأسّي هو اقتران واحد لواحد (حفظ)

✓ ملاحظة: الاقتران الأسّي الذي في صورة

$$f(x) = b^x \text{ لا يقطع المحور } x$$

17 إذا كان:  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، فإن المقطع  $y$  يساوي:

- (a) 1 (b)  $\frac{1}{2}$   
(c) -1 (d)  $-\frac{1}{2}$

18 إذا كان:  $f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$ ، فإن الاقتران يقطع المحور  $y$  في النقطة:

- (a) (0, 19) (b) (0, 8)  
(c) (0, 11) (d) (0, 17)

19 إذا كان:  $f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^{x+6} - 6$ ، فإن خط التقارب الأفقي هو:

- (a)  $x = -6$  (b)  $x = 6$   
(c)  $y = -6$  (d)  $y = 6$

14 أي من الآتية هو اقتران متزايد على جميع قيم  $x$ :

- (a)  $f(x) = -2(3)^x + 1$   
(b)  $f(x) = -(6)^x - 4$   
(c)  $f(x) = -2(0.25)^x + 7$   
(d)  $f(x) = -2\left(\frac{9}{2}\right)^x - 1$

15 أي من الآتية هو اقتران متناقص على جميع قيم  $x$ :

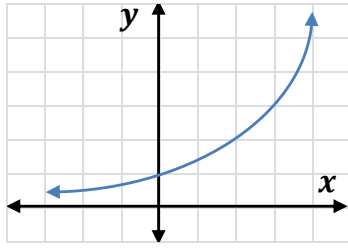
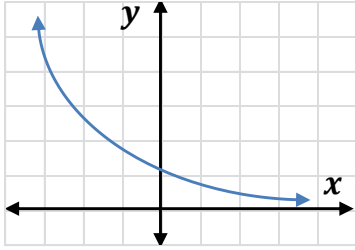
- (a)  $f(x) = -\left(\frac{1}{4}\right)^x$   
(b)  $f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$   
(c)  $f(x) = -3(0.75)^x + 2$   
(d)  $f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^x - 1$

16 أي الاقترانات الآتية متزايد على جميع قيم  $x$ :

- (a)  $f(x) = -2(3)^{x+1}$   
(b)  $g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$   
(c)  $h(x) = -\left(\frac{1}{8}\right)^{-x}$   
(d)  $y = -(10)^x$

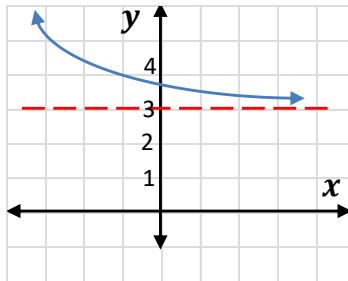
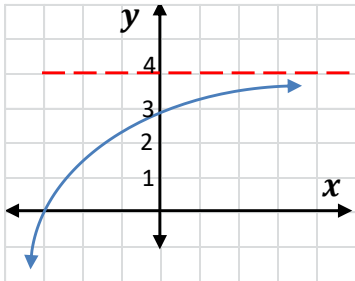
## الخصائص من الرسم:

23 حدّد أي الاقترانات الآتية متزايد و أيها متناقص:



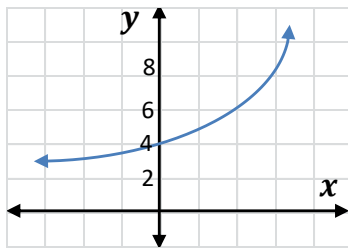
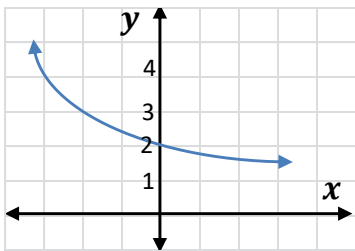
\_\_\_\_\_

24 حدّد خط التقارب الأفقي لكل من الاقترانات الآتية:



\_\_\_\_\_

25 حدّد نقاط التقاطع لكل من الاقترانات الآتية



\_\_\_\_\_

20 إذا كان:  $f(x) = 1 - 2(10)^x$ ، فإن خط التقارب الأفقي هو:

- (a)  $y = 1$  (b)  $y = -2$   
(c)  $y = 10$  (d)  $y = 0$

21 خط التقارب الأفقي للاقتران:  $f(x) = 4(3)^x$  هو:

- (a)  $y = 4$  (b)  $y = 3$   
(c)  $y = 1$  (d)  $y = 0$

22 الاقتران الأسّي الذي في صورة:  $f(x) = b^x$ ، حيث  $b > 0$ ،  $b \neq 1$ ، يحقق أي من الآتية:

- (a) يقطع المحورين الاحداثيين  $x, y$   
(b) يقطع المحور  $y$  ولا يقطع المحور  $x$   
(c) يقطع المحور  $x$  ولا يقطع المحور  $y$   
(d) لا يقطع المحورين

## الأسئلة الكلامية:

ملاحظة:  $0.25 = \frac{1}{4}$  ,  $0.75 = \frac{3}{4}$  ,  $0.5 = \frac{1}{2}$

ملاحظة: (عند بدء) ← عوض صفر في المعادلة.

(بعد كم) ← ساوي الاقتران بالقيمة المعطاة.

26 يمثل الاقتران:  $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$  عدد الخلايا البكتيرية بعد  $x$  ساعة في تجربة مخبرية:

1. جد عدد الخلايا البكتيرية عند بدء التجربة.

2. جد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة.

3. بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 خلية؟

27 يمثل الاقتران:  $f(x) = 7000(1.2)^x$  عدد الخلايا البكتيرية في تجربة مخبرية، حيث  $x$  الزمن بالساعات:

1. جد عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة.

2. جد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة.

3. بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية؟

27 يمثل الاقتران:  $f(x) = 2(0.75)^x$  كمية الماء المتبقية في خزان (بالمتر المكعب) بعد  $x$  ساعة نتيجة ثقب فيه:

1. جد كمية الماء المتبقية في الخزان بعد ساعة واحدة.

2. ما الزمن الذي تصبح فيه كمية الماء المتبقية في الخزان  $m^3$  تقريباً  $\frac{9}{8}$ ؟

28 يمثل الاقتران:  $P(t) = 100(0.3)^t$  نسبة

المتعافين من مرضى سرطان البنكرياس، ممن هم في المرحلة المتقدمة، حيث تعافوا بعد  $t$  سنة من التشخيص الأولي للمرض:

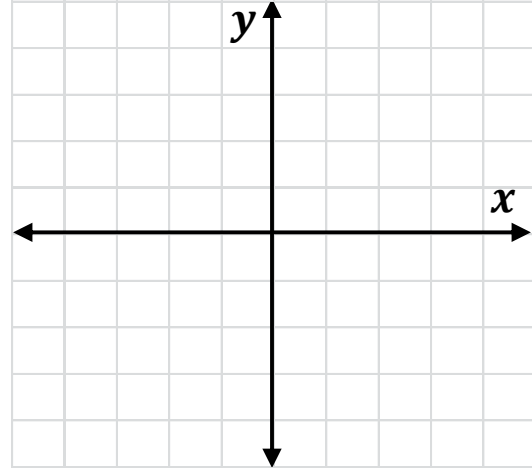
1. جد نسبة المتعافين بعد سنة من التشخيص الأولي للمرض.

2. بعد كم سنة تصبح نسبة المتعافين 9%؟

الرسم البياني:

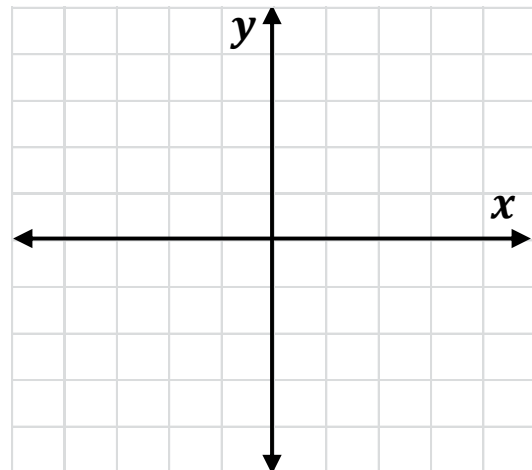
29 ارسم بيانيًا الاقتران:  $f(x) = 2^x$

| $x$    |  |  |  |  |  |
|--------|--|--|--|--|--|
| $f(x)$ |  |  |  |  |  |

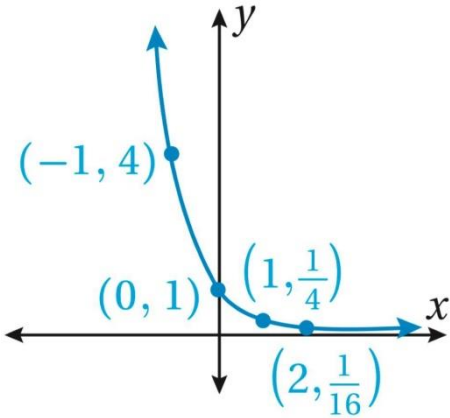


30 ارسم بيانيًا الاقتران:  $f(x) = 3^{-x}$

| $x$    |  |  |  |  |  |
|--------|--|--|--|--|--|
| $f(x)$ |  |  |  |  |  |



31 يبين الشكل المجاور التمثيل البياني لمنحنى الاقتران:  $f(x) = a b^x$ . جد  $f(3)$ .



32 اي الاقترانات الآتية مختلف؟

$y = 3^x$

$f(x) = 2(4)^x$

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

$y = 5(3)^x$

33 إذا كان الاقتران:  $f(x) = a b^x$  أسّيًا، فاثبت أن:

$$\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$$

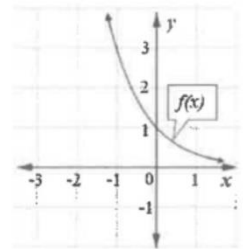
34 يمثل الشكل الآتي التمثيل البياني لمنحنى الاقتران  $f(x)$  واحدة مما يأتي تمثل قاعدة  $f(x)$  هي:

a)  $f(x) = 3^x$

b)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

c)  $f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$

d)  $f(x) = -(3^x)$



امتحان الدرس الأول

(5) إذا كان:  $f(x) = 3(2)^x - 5$ ، فإن مجال الاقتران هو:

- a)  $(2, \infty)$
- b)  $(-\infty, 2)$
- c)  $(-5, \infty)$
- d)  $(-\infty, \infty)$

(6) إذا كان:  $f(x) = (2)^x$ ، فإن مدى الاقتران  $f(x)$  هو:

- a)  $(0, \infty)$
- b)  $(-\infty, 0)$
- c)  $(4, \infty)$
- d)  $(-4, \infty)$

(7) إذا كان:  $f(x) = -2(3)^x - 1$ ، فإن مدى الاقتران  $f(x)$  هو:

- a)  $(-\infty, -1)$
- b)  $(-1, \infty)$
- c)  $(-2, \infty)$
- d)  $(-\infty, -2)$

(8) إذا كان:  $f(x) = 4 - 5(2)^x$ ، فإن مدى الاقتران هو:

- a)  $(4, \infty)$
- b)  $(-4, \infty)$
- c)  $(-\infty, 4)$
- d)  $(-\infty, -4)$

(9) إذا كان:  $f(x) = 2\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1$ ، فإن الاقتران  $f(x)$ :

- a) متناقص
- b) متزايد

(1) إذا كان:  $f(x) = 2^x + 1$ ، فإن  $f(0)$  تساوي:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

(2) إذا كان:  $g(x) = 9(3)^{-x+1}$ ، فإن  $g(3)$  تساوي:

- a) 1
- b) 3
- c) 2
- d) 9

(3) إذا كان:  $h(x) = -8\left(\frac{3}{2}\right)^x - 1$ ، فإن قيمة  $h(x)$  عند  $x = 2$  تساوي:

- a) 7
- b) -7
- c) -19
- d) -4

(4) إذا كان:  $L(x) = (7)^{-x} + 2$ ، فإن قيمة  $L(1)$ :

- a)  $\frac{15}{7}$
- b)  $\frac{7}{15}$
- c)  $\frac{1}{7}$
- d)  $\frac{9}{7}$



(15) خط التقارب الأفقي للاقتران:  $f(x) = (4)^x$  هو:

- a)  $y = 0$
- b)  $y = 1$
- c)  $x = 0$
- d)  $x = 1$

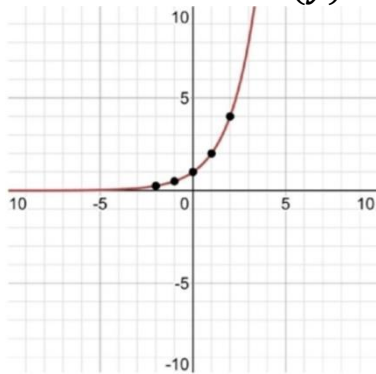
(16) خط التقارب الأفقي للاقتران:  
 $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 5$  هو:

- a)  $y = 5$
- b)  $y = 0$
- c)  $y = \frac{1}{2}$
- d)  $y = -5$

(17) الاقتران الأسّي هو اقتران واحد لواحد؟

- a) نعم
- b) لا

(18) معتمداً على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران الأسّي  $f(x)$  فإن الاقتران يقطع محور  $(y)$  عند النقطة:



- a)  $(0, 1)$
- b)  $(0, 2)$
- c)  $(0, 0)$
- d)  $(0, 3)$

(10) إذا كان:  $g(x) = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$ ، فإن الاقتران  $g(x)$ :

- a) متناقص
- b) متزايد

(11) إذا كان:  $h(x) = -2(6)^x - 5$ ، فإن الاقتران  $h(x)$ :

- a) متناقص
- b) متزايد

(12) إذا كان:  $L(x) = 2 - 5(7)^{-x}$ ، فإن الاقتران  $L(x)$ :

- a) متناقص
- b) متزايد

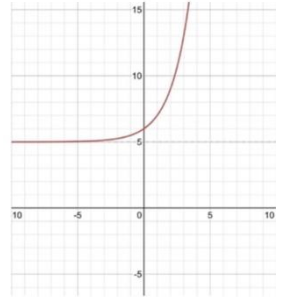
(13) أي الاقترانات الآتية متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ :

- a)  $y = -(4)^x + 2$
- b)  $f(x) = 3(2)^{-x} + 1$
- c)  $g(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$
- d)  $h(x) = 2 + 7(5)^x$

(14) أي الاقترانات الآتية متناقص على مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ :

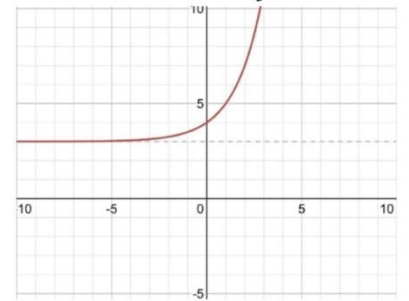
- a)  $f(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$
- b)  $g(x) = 3\left(\frac{1}{4}\right)^{-x} + \frac{1}{2}$
- c)  $L(x) = 2(10)^x - 1$
- d)  $y = 2 - 5(3)^x$

(19) معتمدًا على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران الأسّي  $f(x)$  فإن مدى الاقتران الأسّي



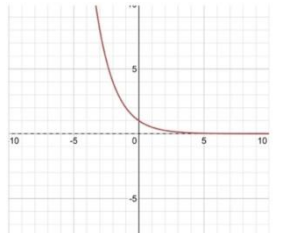
- a)  $(0, \infty)$
- b)  $(-\infty, 0)$
- c)  $(5, \infty)$
- d)  $(-\infty, 5)$

(20) معتمدًا على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران الأسّي  $f(x)$  فإن خط التقارب الأفقي هو:



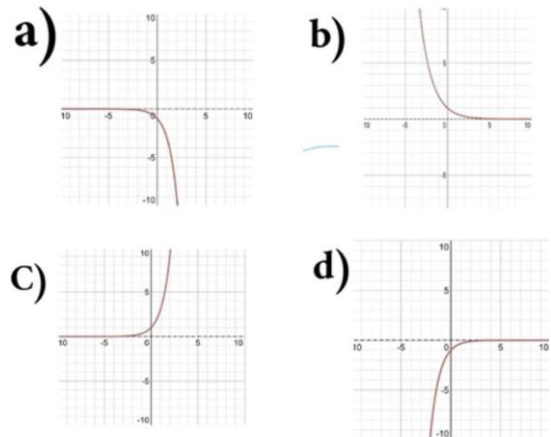
- a)  $y = 3$
- b)  $y = 2$
- c)  $y = 0$
- d)  $y = 4$

(21) معتمدًا على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران الأسّي  $f(x)$  فإن الاقتران:



- a) متناقص
- b) متزايد

(22) عند تمثيل الاقتران:  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$  فإن الشكل التقريبي الناتج هو:



(23) يمثل الاقتران:  $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{2}}$  عدد الخلايا البكتيرية بعد  $(x)$  ساعة من بدء تجربة مخبرية، فإن عدد الخلايا البكتيرية عند بدء التجربة؟

- a) 400
- b) 800
- c) 200
- d) 100

(24) يمثل الاقتران:  $f(x) = 500(2)^x$  عدد الخلايا البكتيرية بعد  $(x)$  ساعة في عينة مخبرية، حيث  $(x)$  الزمن بالساعات، فإن عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 5 ساعات:

- a) 160
- b) 1600
- c) 16000
- d) 160000

(25) يمثل الاقتران:  $g(x) = 2(4)^x$  عدد حشرات خنفساء الدقيق في كيس دقيق، حيث  $(x)$  عدد الأسابيع منذ بداية رصد وجودها في الكيس، بعد كم أسبوعًا يصبح عددها في الكيس 16 حشرة؟

- a)  $x = 2$
- b)  $x = \frac{3}{2}$
- c)  $x = 3$
- d)  $x = \frac{2}{3}$

(26) إذا كان:  $f(x) = a(b)^x$ ، وكان الاقتران الأسّي  $f(x)$  يمر بالنقطتين:  $f(1) = 10, f(0) = 5$  فأی من الآتية يمثل قاعدة الاقتران  $f(x)$ :

- a)  $f(x) = 2(5)^x$
- b)  $f(x) = 5(2)^x$
- c)  $f(x) = (10)^x$
- d)  $f(x) = (5)^x$

**الدرس الثاني:**  
النمو و الاضمحلال الأسي

**النسب المئوية:**

$$a \cdot bc\% = 0.0abc$$

$$a \cdot b\% = 0.0ab$$

$$ab\% = 0.ab$$

$$a\% = 0.0a$$

**اقتران النمو الأسي**

$$A(t) = a(1+r)^t$$

الكمية الابتدائية  $a$       النسبة المئوية  $r$       الفترة الزمنية للنمو  $t$       عامل النمو

**1** أي من الآتية يمثل اقتران النمو الأسي؟

(a)  $A(t) = a(1-r)^t$       (b)  $A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

(c)  $A(t) = Pe^{rt}$       (d)  $A(t) = a(1+r)^t$

**2** الاقتران الذي يتزايد بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية هو:

(a) اقتران الاضمحلال الأسي

(b) اقتران النمو الأسي

(c) اقتران الربح المركب

(d) اقتران الربح المركب المستمر

**3** في دراسة شملت إحدى مزارع الأبقار ، تبين أن عددها في المزرعة يزداد بنسبة 18% سنوياً، فإن اقتران النمو الأسي بعد  $t$  سنة يساوي: علماً أن عددها عند بدء الدراسة هو 327 بقرة:

(a)  $A(t) = 327(1.18)^t$

(b)  $A(t) = 327(11.8)^t$

(c)  $A(t) = 327(1.018)^t$

(d)  $A(t) = 327(1.0018)^t$

**4** في دراسة شملت إحدى مزارع الأغنام تبين أن عدد الخراف في المزرعة يزداد بنسبة 31% سنوياً، فإن عدد الخراف بعد 5 سنوات من بدء الدراسة هو:

(a) 5888

(b) 5882

(c) 588

(d) 5880

**5** استخدم 50 ألف شخصاً موقعاً إلكترونيًا تعليميًا سنة 2019 م ثم ازداد عدد مستخدمي الموقع بنسبة 0.15 كل سنة، فإن عدد مستخدمي الموقع سنة 2025 م؟

(a)  $A(t) = 50(1.15)^6$

(b)  $A(t) = 50000(1.15)^6$

(c)  $A(t) = 50(1.15)^{2025}$

(d)  $A(t) = 50000(1.15)^{2025}$

9 الاقتران الذي يتناقص بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية هو:

- (a) اقتران الاضمحلال الأسّي  
(b) اقتران النمو الأسّي  
(c) اقتران الربح المركب  
(d) اقتران الربح المركب المستمر

10 إذا كان الاقتران:  $A(t) = a(1 - r)^t$  هو اقتران الاضمحلال الأسّي، فإن أي من الآتية يمثل عامل الاضمحلال:

- (a)  $t$  (b)  $1 - r$   
(c)  $a$  (d)  $r$

11 تتناقص 5g من عنصر الكروم بما نسبته 2.45% يوميًا نتيجة تفاعله مع الهواء، فإن كمية الكروم بعد 3 أيام تساوي

- (a) 4.2 (b) 3  
(c) 4 (d) 4.6

12 ينفق الدجاج في مزرعة للدواجن بنسبة 5% نتيجة إصابته بمرض ما، فإن العدد المتبقي منه بعد 4 أيام من بدء المرض: (علمًا بأن العدد الأولي في المزرعة هو 1550 دجاجة):

- (a)  $1550(0.50)^4$   
(b)  $1550(0.995)^4$   
(c)  $1550(0.95)^4$   
(d)  $1550(0.9995)^4$

6 إذا كان الاقتران:  $A(t) = a(1 + r)^t$  هو اقتران النمو الأسّي، فإن أي من الآتية يمثل عامل النمو:

- (a)  $t$  (b)  $1 + r$   
(c)  $a$  (d)  $r$

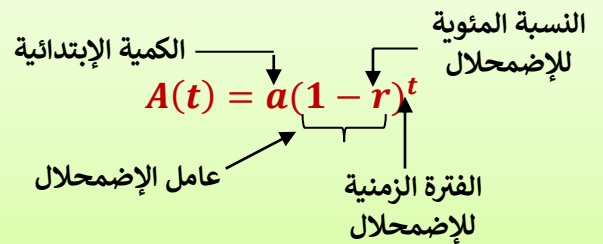
7 يمثل الاقتران:  $A(t) = 200(1.43)^t$  اقتران النمو الأسّي لعدد الدجاج في مزرعة دواجن حيث  $t$  الزمن بالسنوات، قيمة عامل النمو تساوي:

- (a) 0.43 (b) 1.43  
(c) 143 (d) 43

8 استخدم 35 ألف شخصًا موقعًا إلكترونيًا تعليميًا هذه السنة، وكان الإقتران الذي يمثل عدد مستخدمي الموقع بعد  $t$  سنة هو:  $A(t) = 35000(1.02)^t$  فإن النسبة المئوية لعدد مستخدمي الموقع هو:

- (a) 0.2% (b) 0.02%  
(c) 2% (d) 0.002%

### اقتران الإضمحلال الأسّي



9 أي من الآتية يمثل اقتران الإضمحلال الأسّي؟

- (a)  $A(t) = a(1 - r)^t$   
(b)  $A(t) = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$   
(c)  $A(t) = pe^{rt}$   
(d)  $A(t) = a(1 + r)^t$

اقتران الربح المركب

$$A = p \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

عدد السنوات  $t$   
عدد مرات إضافة الربح في السنة  $n$   
المبلغ الأصلي  $p$   
جملة المبلغ  $A$   
حيث:  $n = \frac{12}{\text{عدد الأشهر}}$

15 أي من الآتية يمثل اقتران الربح المركب؟

- (a)  $A(t) = a(1 - r)^t$   
(b)  $A(t) = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$   
(c)  $A(t) = pe^{rt}$   
(d)  $A(t) = a(1 + r)^t$

16 الفائدة المستحقة على مبلغ الاستثمار الأصلي الذي يسمى رأس المال و الفوائد المستحقة سابقاً يسمى:

- (a) اقتران الاضمحلال الأسّي  
(b) اقتران النمو الأسّي  
(c) اقتران الربح المركب  
(d) اقتران الربح المركب المستمر

13 اشترت سوسن سيارة هجينة قابلة للشحن بمبلغ  $JD\ 28500$ ، إذا كان اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل سعر السيارة بعد  $t$  سنة هو:  
 $A(t) = 28500(0.9755)^t$  فإن النسبة المئوية لسعر السيارة يساوي:

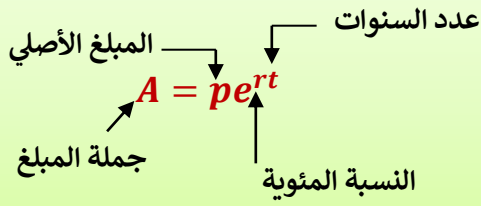
- (a) 24.5% (b) 2.45%  
(c) 0.245% (d) 0.0245%

14 يقاس الضغط الجوي بوحدة تسمى هيكتو باسكال  $hpa$  و يبلغ هذا الضغط عند سطح البحر  $1000\ hpa$  و يتناقص بنسبة 12% لكل كيلومتر فوق سطح البحر:

1. اكتب اقتران الاضمحلال الأسّي للضغط الجوي عند ارتفاع  $h$  كيلومتراً عن سطح البحر.

2. عند أي ارتفاع تساوي قيمة الضغط الجوي نصف قيمته عند سطح البحر؟

اقتران الربح المركب المستمر



20 أي من الآتية يمثل اقتران الربح المركب المستمر؟

(a)  $A(t) = a(1 - r)^t$

(b)  $A(t) = p(1 + \frac{r}{n})^{nt}$

(c)  $A(t) = pe^{rt}$

(d)  $A(t) = a(1 + r)^t$

21 عملية حساب جمله المبلغ بعد إضافة الربح المركب إلى رأس المال عددًا لا نهائيًا من المرات في السنة يسمى:

(a) اقتران الاضمحلال الأسّي

(b) اقتران النمو الأسّي

(c) اقتران الربح المركب

(d) اقتران الربح المركب المستمر

22 أودع علي مبلغ JD 4500 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 4%، فإنّ جمله المبلغ بعد 10 سنوات:

(a)  $A = 4500e^{0.4}$  (b)  $A = 4500e^{0.04}$

(c)  $A = 4500e^{0.004}$  (d)  $A = 4500e^{0.0004}$

17 استثمرت تهاني مبلغ JD5000 في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ 2.25% و تضاف كل 6 أشهر، فإن الصيغة التي تمثل جمله المبلغ بعد  $t$  سنة:

(a)  $A = 5000(1.01125)^{2t}$

(b)  $A = 5000(1.0225)^{12t}$

(c)  $A = 5000(1.00375)^{6t}$

(d)  $A = 5000(1.001875)^{12t}$

18 استثمر سليمان مبلغ JD 9000 في شركة صناعية، بنسبة ربح مركب تبلغ 1.46%، و تضاف كل 3 أشهر، فإن جمله المبلغ بعد 3 سنوات:

(a) 9402

(b) 9401

(c) 9403

(d) 9402.21

19 استثمرت هند مبلغ JD 6200 في شركة، بنسبة ربح مركب تبلغ 8.4% و تضاف كل يوم، فإن جمله المبلغ بعد  $t$  سنة:

(a)  $A = 6200 \left(1 + \frac{0.084}{12}\right)^{12t}$

(b)  $A = 6200 \left(1 + \frac{8.4}{12}\right)^{12t}$

(c)  $A = 6200 \left(1 + \frac{0.084}{12}\right)^{365t}$

(d)  $A = 6200 \left(1 + \frac{8.4}{12}\right)^{356t}$



26 اكتب اقتراناً يمثل عدد المصابين بالإنفلونزا الموسمية بعد  $t$  أسبوعاً، علماً بأن العدد يتضاعف بمقدار 3 مرات كل اسبوع.

23 أودعت ليلي مبلغ JD 8200 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 4.9% فإن جملة المبلغ بعد 9 سنوات:

- (a) 8200 (b) 12745  
(c) 12744.94 (d) 12775

24 أعدّ باحث دراسة عن تكاثر ذباب الفاكهة، وتوصل أنه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران:  $P(t) = 20e^{0.03t}$ ، حيث  $P$  عدد الذباب التقريبي بعد  $t$  ساعة، فإن عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة، مقرباً إجابتك إلى أقرب عدد صحيح:

- (a) 173 (b) 173.4  
(c) 172 (d) 171

27 اكتشفت 12 إصابة بالإنفلونزا الموسمية في إحدى البلدات، و لوحظ أن عدد الإصابات بهذا المرض في كل اسبوع يساوي ثلاثة أمثال عددها في الأسبوع السابق. اكتب اقتراناً يمثل عدد الإصابات بهذا المرض بعد  $t$  اسبوعاً من اكتشاف حالات الإصابة الأولى.

25 أوجد رامي جملة مبلغ مقداره JD 250 بعد إيداعه في حساب بنكي بعد 3 سنوات، بنسبة ربح مركب تبلغ 1.25%، و تضاف كل 3 أشهر، كما يأتي:

$$A = 250 \left(1 + \frac{1.25}{4}\right)^{4(3)}$$

$$= 6533.29$$

X

اكتشف الخطأ في حل رامي، ثم صحّحه.



امتحان الدرس الثاني

(1) الاقتران الأسّي الذي يتزايد بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية هو:

- a)  $A(t) = a(1 - r)^t$
- b)  $A(t) = a(1 + r)^t$
- c)  $A(t) = Pe^{rt}$
- d)  $A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

(2) الاقتران الأسّي الذي يتناقص بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية هو:

- a)  $A(t) = a(1 - r)^t$
- b)  $A(t) = a(1 + r)^t$
- c)  $A(t) = Pe^{rt}$
- d)  $A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

(3) أي من الآتية يمثل قانون الربح المركّب؟

- a)  $A(t) = a(1 - r)^t$
- b)  $A(t) = a(1 + r)^t$
- c)  $A(t) = Pe^{rt}$
- d)  $A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

(4) أي من الآتية يمثل قانون الربح المركّب المستمر؟

- a)  $A(t) = a(1 - r)^t$
- b)  $A(t) = a(1 + r)^t$
- c)  $A(t) = Pe^{rt}$
- d)  $A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

(5) بلغ عدد سكان المملكة الأردنية الهاشمية نحو 10.8 ملايين نسمة عام 2020م، إذا كانت نسبة النمو السكاني قرابة 2.6% سنوياً، فإن العدد التقريبي للسكان عام 2030م:

- a)  $A(10) = 10.8(11.8)^{10}$
- b)  $A(2030) = 10.8(1.026)^{2030}$
- c)  $A(10) = 10.8(1.026)^{10}$
- d)  $A(10) = 10.8(1.26)^{10}$

• في دراسة علمية تناولت درجة تأثير التلوث في عدد الأسماك التي تعيش في إحدى البحيرات، توصل الباحثون إلى أن عدد الأسماك في البحيرة يقل بنسبة 20% كل سنة، أجب عن السؤالين 6 و 7:

(6) أي مما يلي يمثل اقتران الاضمحلال الأسّي الذي يمثل عدد الأسماك في البحيرة بعد  $t$  سنة، علماً بأن عددها عند بدء الدراسة هو 12000:

- a)  $A(t) = 12000(0.80)^t$
- b)  $A(t) = 12000(1.20)^t$
- c)  $A(t) = 12000(21)^t$
- d)  $A(t) = 12000(19)^t$

(7) ما عدد الأسماك في البحيرة بعد 3 سنوات؟  
(ملاحظة:  $a = 12000$ )

- a)  $A(3) = 12000(21)^3$
- b)  $A(3) = 12000(1.20)^3$
- c)  $A(3) = 12000(0.80)^3$
- d)  $A(3) = 12000(19)^3$

(11) ينفق الدجاج في مزرعة دواجن بنسبة 25% يوميًا نتيجة الإصابة بمرض ما. ما العدد المتبقي منه بعد 5 أيام من بدء المرض؟ (علمًا بأن عددها الأولي في المزرعة هو 1550 دجاجة)

a)  $A(5) = 1550(0.75)^5$

b)  $A(5) = 1550(1.25)^5$

c)  $A(5) = 1550(26)^5$

d)  $A(5) = 1550(24)^5$

(8) استثمر سليمان مبلغ JD 2500 في شركة صناعية، بنسبة ربح مركب تبلغ 4.2% و تضاف شهريًا، ما جملة المبلغ بعد 15 سنة؟

a)  $A(15) = 2500 \left(1 + \frac{4.2}{12}\right)^{12 \times 15}$

b)  $A(15) = 2500 \left(1 + \frac{0.042}{12}\right)^{12 \times 15}$

c)  $A(15) = 2500 e^{0.042 \times 15}$

d)  $A(15) = 2500 e^{0.42 \times 15}$

(12) اكتب اقتران يمثل عدد المصابين بالانفلونزا الموسمية بعد  $t$  اسبوع، علمًا بأن العدد يتضاعف بمقدار 4 مرات كل اسبوع.

a)  $A(t) = a(4)^t$

b)  $A(t) = a(3)^t$

c)  $A(t) = a(2)^t$

d)  $A(t) = a(5)^t$

(9) أودعت سميرة مبلغ JD 800 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 4.5% فإن جملة المبلغ بعد 5 سنوات:

a) 836.82

b) 7590.19

c) 1001.86

d) 1254.65

(13) استخدم 20 ألف شخص موقعًا إلكترونيًا تعليميًا هذه السنة، و من المتوقع أن يتناقص هذا العدد بمقدار 12% كل سنة، ما عدد مستخدمي الموقع بعد 3 سنوات؟

a)  $A(3) = 20000(0.88)^3$

b)  $A(3) = 20(0.88)^3$

c)  $A(3) = 20(1.12)^3$

d)  $A(3) = 20000(1.12)^3$

(10) أعدّ باحث دراسة عن تكاثر ذباب الفاكهة، و توصل إلى أنه يمكن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران:  $P(t) = 20 e^{0.03t}$ ، حيث  $P$  عدد الذباب التقريبي بعد  $t$  ساعة. فإن عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة هو:

a)  $P(72) = 2060$

b)  $P(72) = 173.42$

c)  $P(0) = 20$

d)  $P(0) = 200$

**14** يمثل الاقتران:  $A(3) = 327(1 - 0.20)^3$  عدد الأبقار بعد 3 سنوات في احدى المزارع، فإن نسبة الاضمحلال (النقصان) في عدد الأبقار يساوي:

- a) 2%
- b) 0.2%
- c) 20%
- d) 80%

**15** في دراسة شملت احدى مزارع الخراف، تبين أن عدد الخراف يتزايد حسب قانون النمو الأسي:  $A(t) = 1524(1.046)^t$ ، فإن نسبة الزيادة  $r$  هي:

- a) 4.6%
- b) 0.46%
- c) 0.046%
- d) 46%

(b)  $(2)^{-5} = \frac{1}{32}$

(c)  $17^0 = 1$

(d)  $5^{-3} = 0.008$

(e)  $49^{\frac{1}{2}} = 7$

(f)  $(32)^1 = 32$

إيجاد قيمة اللوغاريتمات باستخدام الفرض:

3 جد قيمة كل مما يلي من دون استخدام الآلة الحاسبة:

①  $\log_2 64$

②  $\log_{36} 6$

③  $\log_{13} \sqrt{13}$

④  $\log_{10} 0.1$

## الدرس الثالث:

### الاقترانات اللوغاريتمية

التحويل بين الصورة الأسية و الصورة اللوغاريتمية:

- إذا كان:  $b^y = x \leftarrow \log_b x = y$

- إذا كان:  $\log_b x = y \leftarrow b^y = x$

1 حوّل كل مما يلي من صورة لوغاريتمية إلى صورة أسية:

(a)  $\log_2 16 = 4$

(b)  $\log_3 \left( \frac{1}{243} \right) = -5$

(c)  $\log_9 1 = 0$

(d)  $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

(e)  $\log_{36} 6 = 0.5$

2 حوّل كل مما يلي من صورة أسية إلى صورة لوغاريتمية:

(a)  $7^3 = 343$

4 جد قيمة كل مما يلي من دون استخدام الآلة الحاسبة:

①  $\log_3 1$

②  $\log_{17} \sqrt{17}$

③  $\log_5 5$

④  $7^{\log_7 5}$

⑤  $\log_b \sqrt[7]{b}$

⑥  $\log_{10}(1 \times 10^{-5})$

⑦  $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}}$

⑧  $\log_{\frac{5}{3}} 1$

⑤  $\log_3 \frac{1}{27}$

⑥  $\log_5 25$

⑦  $\log_{10} 0.0001$

⑧  $\log_{49} 343$

⑨  $\log_{\frac{1}{6}} 6$

## خصائص أساسية للوغاريتمات

1.  $\log_b 1 = 0$

2.  $\log_b b = 1$

3.  $\log_b b^x = x$

4.  $b^{\log_b x} = x$

خصائص الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة:

$$f(x) = \log_b x$$

1. مجال الاقتران هو الأعداد الحقيقية الموجبة  
 $R^+ : (0, \infty)$

2. مدى الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ .

9 أي من الاقترانات الآتية متناقصًا:

- (a)  $\log_5 x$  (b)  $\log_{\frac{1}{5}} x$   
(c)  $\log_4 x$  (d)  $\log_6 x$

خصائص الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة:

$$f(x) = \log_b x$$

5. خط التقارب الرأسي للاقتران  $f(x) = \log_b x$  هو: المحور  $y$  أو  $x = 0$ .

6. الاقترن اللوغاريتمي الذي بصورة:  $f(x) = \log_b x$  يقطع المحور  $x$  في نقطة واحدة هي (1, 0) ولا يقطع محور  $y$ .

10 خط التقارب الرأسي للاقتران  $f(x) = \log_b x$  هو:

- (a) المحور  $y$  (b) المحور  $x$   
(c) المحورين الإحداثيين (d) لا يتقارب رأسي

11 خط التقارب الرأسي للاقتران  $f(x) = \log_b x$  هو:

- (a)  $y = 0$  (b)  $x = 0, y = 0$   
(c)  $x = 0$  (d)  $x = 1$

12 الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة  $f(x) = \log_b x$  حيث  $b$  عدد حقيقي و  $b > 0, b \neq 1$  تمر جميع منحنياتها بالنقطة:

- (a) (1, 1) (b) (1, 0)  
(c) (0, 1) (d) (0, 0)

5 مجال الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة:  $f(x) = \log_b x$  هو:

- (a)  $(-\infty, \infty)$  (b)  $(0, \infty)$   
(c)  $(-\infty, 0)$  (d) zero

6 مجال الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة:  $f(x) = \log_b x$  هو:

- (a)  $R^+$  (b)  $R^-$   
(c)  $R$  (d) zero

7 مدى الاقتران اللوغاريتمي هو:

- (a)  $R^+$  (b)  $R^-$   
(c)  $R$  (d)  $R - \{0\}$

خصائص الاقتران اللوغاريتمي الذي في صورة:

$$f(x) = \log_b x$$

3. الاقتران متزايد إذا كانت  $b > 1$ .  
4. الاقتران متناقص إذا كانت  $0 < b < 1$ .

8 أي من الاقترانات الآتية متزايدًا:

- (a)  $\log_{\frac{1}{2}} x$  (b)  $\log_{\frac{1}{4}} x$   
(c)  $\log_{\frac{2}{3}} x$  (d)  $\log_5 x$

14 حدّد مجال كل اقتران لوغاريتمي في كل مما يلي:

1.  $\log_4(x + 3)$

2.  $\log(8 - 2x)$

3.  $f(x) = 5 - 2 \log_7(x + 1)$

4.  $f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$

5.  $f(x) = \log_3 x^2$  مهم

المجال و خطوط التقارب الرأسي للاقتران:

$$f(x) = \log_b g(x)$$

13 حدّد خطوط التقارب الرأسية لكل من الاقترانات الآتية:

1.  $f(x) = \log_4(x + 3)$

2.  $f(x) = \log_5(8 - 2x)$

3.  $f(x) = \log_3(x)$

4.  $f(x) = \log_7(5 - x)$

5.  $f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$

15 جد قيمة  $a$  التي تجعل منحنى الاقتران:

$$f(x) = \log_a x \text{ يمر بالنقطة } (32, 5)$$

6.  $f(x) = \log_3(x^2)$

7.  $f(x) = \log_2(-x)$

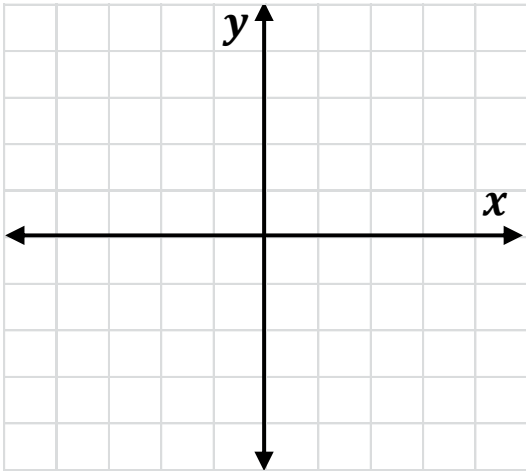


التمثيل البياني للاقتران اللوغاريتمي:

18 مثل بيانيًا كل من الاقترانات الآتية:

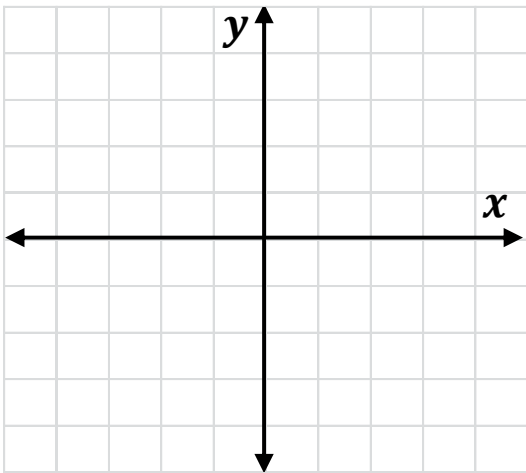
1.  $f(x) = \log_2 x$

|        |  |  |  |  |  |
|--------|--|--|--|--|--|
| $x$    |  |  |  |  |  |
| $f(x)$ |  |  |  |  |  |



2.  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

|        |  |  |  |  |  |
|--------|--|--|--|--|--|
| $x$    |  |  |  |  |  |
| $f(x)$ |  |  |  |  |  |



16 جد قيمة  $c$  التي تجعل منحنى الاقتران:

$f(x) = \log_c x$  يمر بالنقطة  $(\frac{1}{16}, -4)$ .

17 يمثل الاقتران:

$P(a) = 10 + 20 \log_5(a + 1)$  مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من منتج جديد، حيث  $a$  المبلغ (بمئات الدنانير) الذي تنفقه الشركة على إعلانات المنتج. وتعني القيمة :  $P(1) = 19$  أن إنفاق  $JD 100$  على الإعلانات يحقق إيرادات قيمتها  $JD 19000$  من بيع المنتج:

1. جد:

$P(4) =$

$P(24) =$

$P(124) =$

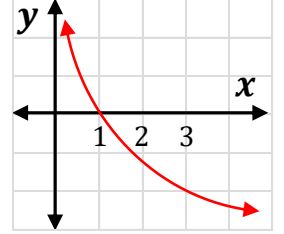
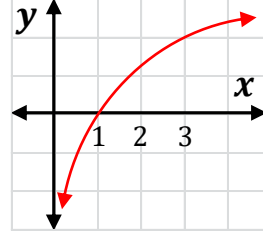
2. فسّر معنى القيم التي أوجدتها في الفرع السابق.

22 كتبت منى المعادلة الأسية:  $4^{-3} = \frac{1}{64}$  في صورة لوغاريتمية كما يأتي:

$$\log_4(-3) = \frac{1}{64} \quad \text{X}$$

اكتشف الخطأ الذي وقعت فيه منى، ثم صحّحه.

19 حدّد أي من الاقترانات الآتية متزايد و أيهما متناقص:

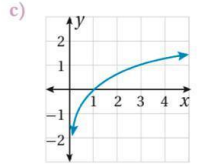
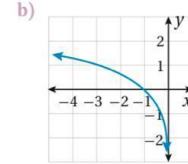
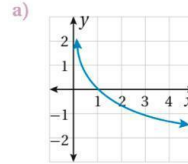


20 اكتب بجانب كل اقتران مما يأتي رمز تمثيله البياني المناسب:

1.  $f(x) = \log_3(x)$

2.  $f(x) = \log_3(-x)$

3.  $g(x) = -\log_3 x$



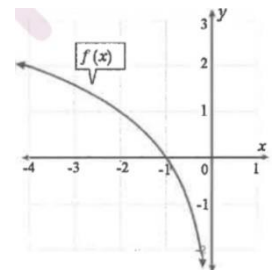
21 يمثل الشكل الآتي التمثيل البياني للاقتران  $f(x)$ ، أي الآتية يمثل قاعدة الاقتران  $f(x)$ ؟

a)  $f(x) = -\log_2 x$

b)  $f(x) = \log_2(-x)$

c)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

d)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$



23 تمثّل المعادلة:  $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125x$  العلاقة بين شدة الضوء  $I$  بوحدة  $\text{lumen}$  والعمق  $x$  بالأمتار في إحدى البحيرات. كم تبلغ شدة الضوء عند عمق  $10 \text{ m}$ ؟

## امتحان الدرس الثالث

1- عند تحويل المعادلة اللوغاريتمية الآتية:

$$\log_{64}(8) = 0.5$$

إلى صورة أسية فإن الشكل الناتج هو:

a)  $(64)^{0.5} = 8$

b)  $(8)^{0.5} = 64$

c)  $(0.5)^8 = 64$

d)  $(0.5)^{64} = 8$

2- إذا كانت الصورة الأسية لإحدى الاقترانات

الأسية:  $(17)^0 = 1$ ، فإن الصورة اللوغاريتمية المكافئة للاقتران الأسّي هو:

a)  $\log_{17}(1) = 0$

b)  $\log_1(17) = 0$

c)  $\log_1(0) = 17$

d)  $\log_0(17) = 1$

3- عند كتابة الاقتران الأسّي الآتي:  $5^{-2} = 0.04$ ،

فإن الشكل الناتج هو:

a)  $\log_5(0.04) = 2$

b)  $\log_5(0.04) = -2$

c)  $\log_2(5) = 0.04$

d)  $\log_5(1) = 0.04$

4- قيمة:  $\log_4(1)$  تساوي:

a) 1

b) 0

c) 4

d) 2

5- قيمة:  $\log_b(b)$  تساوي:

a) b

b) 1

c) 0

d) 2

6- قيمة:  $\log_4(4)^5$  تساوي:

a) 4

b) 5

c) 20

d) 16

7- قيمة:  $8^{\log_8 13}$  تساوي:

a) 8

b) 64

c) 16

d) 13

8- قيمة:  $\log_b \sqrt[7]{b}$  تساوي:

a) 7

b) 49

c)  $\frac{1}{7}$

d) 2

9- ما قيمة:  $\log_3 \left( \frac{1}{27} \right)$ ؟

a) -3

b) 3

c) 2

d) -2

|   |   |
|---|---|
| <p><b>-14</b> مجال الاقتران: <math>f(x) = \log(x^2 - 1)</math> هو:</p> <p>a) <math>(-1, 1)</math></p> <p>b) <math>(-\infty, \infty)</math></p> <p>c) <math>(-\infty, -1) \cup (1, \infty)</math></p> <p>d) <math>(1, \infty)</math></p> | <p><b>-10</b> ما قيمة: <math>\log_{10}(0.0001)</math>؟</p> <p>a) 4</p> <p>b) -4</p> <p>c) 3</p> <p>d) -3</p>  |
| <p><b>-15</b> أي الاقترانات الآتية متزايدًا؟</p> <p>a) <math>\log_{\frac{1}{10}}(x)</math></p> <p>b) <math>\log_{\frac{1}{4}}(x)</math></p> <p>c) <math>\log_{11}(x)</math></p> <p>d) <math>\log_{\frac{1}{9}}(x)</math></p>            | <p><b>-11</b> قيمة <math>\log_{\frac{1}{6}} 6</math>:</p> <p>a) 2</p> <p>b) 1</p> <p>c) -1</p> <p>d) -2</p>   |
| <p><b>-16</b> أي الاقترانات الآتية متناقصًا؟</p> <p>a) <math>\log_4(x)</math></p> <p>b) <math>\log_5(x)</math></p> <p>c) <math>\log_6(x)</math></p> <p>d) <math>\log_{\frac{1}{5}}(x)</math></p>  | <p><b>-12</b> إذا كان: <math>f(x) = -5 \log_7(-x)</math>، فإن مجال الاقتران هو:</p> <p>a) <math>(0, \infty)</math></p> <p>b) <math>(-\infty, 0)</math></p> <p>c) <math>(5, \infty)</math></p> <p>d) <math>(-\infty, 5)</math></p>           |
| <p><b>-17</b> خط التقارب الرأسي للاقتران: <math>f(x) = \log_7(x)</math></p> <p>a) <math>y = 0</math></p> <p>b) <math>x = 0</math></p> <p>c) <math>y = 7</math></p> <p>d) <math>x = 7</math></p>   | <p><b>-13</b> إذا كان: <math>f(x) = 7 + 2 \log_6(4x - 16)</math>، فإن مجال الاقتران هو:</p> <p>a) <math>(4, \infty)</math></p> <p>b) <math>(-\infty, 4)</math></p> <p>c) <math>(-4, \infty)</math></p> <p>d) <math>(-\infty, -4)</math></p> |

**-22** إحدى الآتية صحيحة للاقتران اللوغاريتمي:

$$f(x) = \log_2(x)$$

(a) الاقتران اللوغاريتمي يقطع محور  $y$  ويتقارب رأسياً مع محور  $x$ .

(b) الاقتران اللوغاريتمي يقطع محور  $x$  ويتقارب رأسياً مع محور  $y$ .

(c) الاقتران اللوغاريتمي يقطع المحورين الإحداثيين:  $x, y$ .

(d) الاقتران اللوغاريتمي لا يقطع المحورين الإحداثيين.

**-23** يمثل الاقتران:  $f(x) = 3 + \log_5(x + 2)$

مبيعات شركة بآلاف الدينارين، حيث  $(x)$  المبلغ بمئات الدينارين، ما قيمة  $f(32)$ ؟

- a) 5
- b) 25
- c) 125
- d) 100

**-24** ما قيمة  $(a)$  التي تجعل الاقتران:

$$f(x) = \log_a(x)$$

- a)  $a = 4$
- b)  $a = 3$
- c)  $a = 2$
- d)  $a = 1$

**-18** خط التقارب الرأسي للاقتران:  $f(x) = \log_7(x)$

- a)  $y = 0$
- b)  $x = 0$
- c)  $y = 7$
- d)  $x = 7$

**-19** قيمة:  $\log_3 9^5$  هي:

- a) 9
- b) 7
- c) 5
- d) 10

**-20** خط التقارب الرأسي للاقتران:

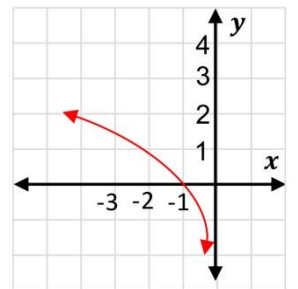
$$f(x) = \log_9(2x - 8)$$

- a)  $x = 4$
- b)  $y = 4$
- c)  $x = 2$
- d)  $y = 2$

**-21** يمثل الاقتران الآتي التمثيل البياني للاقتران

$f(x)$ ، أي الآتية يمثل قاعدة الاقتران  $f(x)$ :

- a)  $f(x) = -\log_2 x$
- b)  $f(x) = \log_2(-x)$
- c)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
- d)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$



4.  $\log_5 \frac{(x+1)^3}{8}$

5.  $\log_a \frac{(x^2 y^3)^2}{(x^2 y^3)^3}$

6.  $\log_a \sqrt{\frac{x^{12} y}{y^3 z^4}}$

7.  $\log_a \sqrt[5]{32x^5}$

8.  $\log \left( \frac{\sqrt{z}}{y} \right)$

9.  $\log_a \frac{1}{x^3 y^4}$

10.  $\log_a \frac{(x^{-1} y^2)^4}{(x^5 y^{-2})^3}$

## الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

قانون الضرب:

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

قانون القسمة:

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

قانون القوة:

$$\log_b x^p = p \log_b x$$

1 اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بالصورة المطولة:

1.  $\log_5 x^7 y^2$

2.  $\log_4 \frac{xy^3}{z^2}$

3.  $\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{a^5}}$

2 اكتب كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بالصورة المختصرة:

1.  $3 \log_2 x + 4 \log_2 y$

2.  $5 \log_b x + \frac{1}{2} \log_b y - 9 \log_b z$

3.  $\log_a \frac{1}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{x}$

4.  $\log_b 1 + 2 \log_b b$

3 أثبت أن:

1.  $\log_a(x^2 - 4) - \log_a(x + 2) = \log_a x - 2$

حيث  $x > 2$

2.  $\log_b(b - 3) + \log_b(b^2 + 3b) - \log_b(b^2 - 9) = 1$

4 إذا كان:  $\log_a 6 \approx 0.778$ ، وكان  $\log_a 5 \approx 0.699$ ، جد:

1.  $\log_a \frac{5}{6}$

2.  $\log_a 30$

3.  $\frac{\log_a 5}{\log_a 6}$

4.  $\log_a \frac{1}{6}$

5.  $\log_a 900$

6.  $\log_a \frac{18}{15}$

7.  $\log_a(6a^2)$

8.  $\log_a \sqrt[4]{25}$

9.  $(\log_a 5)(\log_a 6)$



8 أثبت أن:  $\frac{\log_a 216}{\log_a 36} = \frac{3}{2}$

5 أحد الآتية يكافئ المقدار:

$$\log_a 27 - \log_a 9 + \log_a 3$$

(a)  $\log_a 3$

(b)  $\log_a 6$

(c)  $\log_a 9$

(d)  $\log_a 27$

6 أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log_a \frac{ax^5}{y^3}$

(a)  $5 \log_a x - 3 \log_a y + 1$

(b)  $a \log_a x^5 - \log_a y^3$

(c)  $5a \log_a x - 3 \log_a y$

(d)  $1 - 5 \log_a x - 3 \log_a y$

9 اكتشف الخطأ في الحل الآتي ثم صحّحه.

$$\log_2 5x = (\log_2 5)(\log_2 x)$$



7 يمثل الاقتران:

$$f(x) = 29 + 48.8 \log_6(x + 2), \text{ النسبة}$$

المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند  
البلوغ، حيث  $x$  عمره بالسنوات. جد النسبة المئوية  
لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ،  
علمًا بأن:  $\log_6 2 \approx 0.3869$ .

امتحان الدرس الرابع

5. أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log_3(0.75)$ :

- a)  $1 - \log_3(4)$
- b)  $\log_3(4)$
- c)  $\frac{1}{\log_3(4)}$
- d)  $\log_3(12)$

6. أحد الآتية يكافئ:  $\log_a(x^2 - 4) - \log_a(x - 2)$  حيث:  $x > 2$

- a)  $\log_a(x - 2)$
- b)  $\log_a(x + 2)$
- c)  $\log_a(x + 4)$
- d)  $\log_a(x - 4)$

7. قيمة:  $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{27}}\right)$ :

- a)  $\frac{2}{7}$
- b)  $\frac{7}{2}$
- c)  $-\frac{2}{7}$
- d)  $-\frac{7}{2}$

8. أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log_a \sqrt{\frac{x^{12}y}{y^3 z^4}}$ :

- a)  $12 \log_a(x) - 2 \log_a(y) - 4 \log_a(z)$
- b)  $6 \log_a(x) - 2 \log_a(y) - 2 \log_a(z)$
- c)  $6 \log_a(x) - \log_a(y) - 2 \log_a(z)$
- d)  $\log_a(x) - \log_a(y) + \log_a(z)$

1. أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log_4(5x^3y)$ :

- a)  $\log_4(5) - 3 \log_4(x) + \log_4(y)$
- b)  $\log_4(5) - 3 \log_4(x) - \log_4(y)$
- c)  $\log_4(5) + 3 \log_4(x) + \log_4(y)$
- d)  $\log_4(5) \times 3 \log_4(x) \times \log_4(y)$

2. أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log_a\left(\frac{ax^5}{y^3}\right)$ :

- a)  $5 \log_a(x) - 3 \log_a(y) + 1$
- b)  $a \log_a(x^5) - 3 \log_a(y^3)$
- c)  $5a \log_a(x) - 3 \log_a(y)$
- d)  $1 - 5 \log_a(x) - 3 \log_a(y)$

3. أحد الآتية يكافئ المقدار:  $\log\left(\frac{1}{x}\right)$ :

- a)  $-\log(x)$
- b)  $\log(x)$
- c) 1
- d) 0

4. أحد الآتية يكافئ المقدار:

$$\log_a(27) - \log_a(9) + \log_a(3)$$

- a)  $\log_a(3)$
- b)  $\log_a(6)$
- c)  $\log_a(9)$
- d)  $\log_a(27)$

13. إذا كان:  $\log_a 3 \approx 0.477$ ،  $\log_a 2 \approx 0.301$   
فإن:  $\log_a(81)$

- a) 1.908
- b) 0.1908
- c) 1.644
- d) 0.908

14. إذا كان:  $\log_a 3 \approx 0.477$ ،  $\log_a 2 \approx 0.301$   
فإن:  $\log_a\left(\frac{1}{4}\right)$

- a) 0.602
- b) 2.301
- c) -0.602
- d) -2.301

15. إذا كان:  $\log_b 3 \approx 0.68$ ،  $\log_b 4 \approx 0.86$   
فإن:  $\log_b(0.75)$

- a) 1.8
- b) -1.8
- c) 0.18
- d) -0.18

16. إذا كان:  $\log_b 5 \approx k$ ، فإن قيمة:  $\log_b(b5)$   
بدلالة  $k$  هي:

- a)  $2k$
- b)  $1 + k$
- c)  $1 - k$
- d)  $5k$

9. أحد الآتية يكافئ المقدار:

$$2 \log x - \frac{1}{2} \log y + 3 \log z$$

- a)  $\log\left(\frac{x^2 z^3}{\sqrt{y}}\right)$
- b)  $\log\left(\frac{x^2 z^3}{y}\right)$
- c)  $\log\left(\frac{x^2}{\sqrt{y} z^3}\right)$
- d)  $\log\left(\frac{x}{y z}\right)$

10. قيمة المقدار:  $\log_b(b^2 + b) - \log_b(b + 1)$

- a) -1
- b) 0
- c) 2
- d) 1

11. إذا كان:  $\log_a 3 \approx 0.477$ ،  $\log_a 2 \approx 0.301$   
فإن:  $\log_a(6)$

- a) 7.78
- b) 0.0778
- c) 0.778
- d) 77.8

12. إذا كان:  $\log_a 3 \approx 0.477$ ،  $\log_a 2 \approx 0.301$   
فإن:  $\log_a\left(\frac{2}{3}\right)$

- a) -1.76
- b) -0.176
- c) 1.76
- d) 0.176

20. أي المقادير الآتية يكافئ المقدار:

$3 \log a + \log b - \log c$ ، علمًا بأن المتغيرات جميعها أعدادًا حقيقية موجبة؟

- a)  $\log\left(\frac{a^3 b}{c}\right)$
- b)  $\log(a^3 + b - c)$
- c)  $\log\left(\frac{ab}{c}\right)^3$
- d)  $\log\left(\frac{3ab}{c}\right)$

• إذا كان:  $\log_a 3 \approx 0.68$ ،  $\log_a 7 \approx 1.21$  فأجب عن الفقرتين (21 و 22) الآتيتين:

21. قيمة  $\log_a 21$  هي:

- a) 0.53
- b) 1.86
- c) 3.63
- d) 4.76

22. قيمة  $\log_a\left(\frac{a}{7}\right)$  هي:

- a) 0.21
- b) -0.21
- c) 0.83
- d) -0.83

17. الاقترانات اللوغاريتمية التي في صورة:

$f(x) = \log_b(x)$ ، حيث  $b$  عدد حقيقي،  
 $b > 0$ ،  $b \neq 1$ ، تمر جميع منحنياتها بالنقطة:

- a) (1, 1)
- b) (1, 0)
- c) (0, 1)
- d) (0, 0)

18. إذا كان:  $\log_a 5 \approx 0.477$ ،  $\log_a 6 \approx 0.778$  فإن:  $((\log_a 5) (\log_a 6))$ :

- a) 0.671106
- b) 8.43822
- c) 84.3822
- d) 1.477

19. يمثل الاقتران:

$f(x) = 29 + 48.8 \log_6(x + 2)$ ، النسبة المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند البلوغ، حيث  $x$  عمره بالسنوات، جد النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ، علمًا بأن:  $\log_6 2 \approx 0.3869$ :

- a) 96%
- b) 67%
- c) 94%
- d) 50%

خاصية المساواة اللوغاريتمية:

3 حل المعادلات الأسية الآتية مقربًا إجابتك إلى أقرب منزلتين عشريتين:

1.  $2^x = 13$

2.  $2^{x+4} = 5^{3x}$

3.  $5e^{3x} = 125$

4.  $-3e^{4x} = -27$

5.  $27^{2x+3} = 2^{x-5}$

6.  $8^x = 2$

## الدرس الخامس: المعادلات الأسية

1 استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة:

1.  $\log 2.7$

2.  $\log(3.1 \times 10^4)$

3.  $\ln 0.25$

خاصية تغيير الأساس: (للاستخدام الآلة الحاسبة)

$$\log_b x = \frac{\log x}{\log b}$$

2 استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

1.  $\log_3 16$

2.  $\log_{\frac{1}{2}} 10$

3.  $\log_3 e^2$

4.  $\log_7 \frac{1}{7}$

5.  $3^x + \frac{4}{3^x} = 5$

6.  $5^{2x} - 3(5^x) = 0$

5 تناقصت أعداد حيوان الكوالا في إحدى الغابات وفق الاقتران:  $N = 873e^{-0.078t}$ ، حيث  $N$  العدد المتبقي من هذا الحيوان في الغابة بعد  $t$  سنة. بعد كم سنة يصبح في الغابة 97 حيواناً من الكوالا؟

6 يمثل الاقتران:  $A(t) = 10e^{-0.0862t}$  كتلة اليود (بالغرام) المتبقية من عينة كتلتها  $10\text{ g}$  بعد  $t$  يوماً من بدء التفاعل. بعد كم يوماً سيظل من العينة  $0.5\text{ g}$ ؟

المعادلة الأسية:

4 حل كلاً من المعادلات الأسية الآتية مقرباً إجابتك إلى أقرب 4 منازل عشرية:

1.  $4^x + 2^x - 12 = 0$

2.  $25^x + 5^x - 42 = 0$

3.  $49^x + 7^x - 72 = 0$

4.  $64^x + 2(8)^x - 3 = 0$

2. بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي؟

7. انتشر فيروس في شبكة حواسيب وفق الاقتران:  
 $v(t) = 30e^{0.1t}$ ، حيث  $v$  عدد أجهزة الحاسوب المصابة، و  $t$  الزمن بالدقائق. جد الزمن اللازم لإصابة 10000 جهاز حاسوب بالفيروس.

10. تمثّل المعادلة:  $T = 27 + 219e^{-0.032t}$  درجة حرارة معدن (بالسليسيوس °C) بعد  $t$  دقيقة من بدء تبريده، متى تصبح درجة حرارة المعدن  $100^\circ\text{C}$ ؟

8. يمثّل الاقتران:  $N(t) = 100e^{0.045t}$  عدد الخلايا البكتيرية في عينة مخبرية بعد  $t$  يومًا:

1. جد العدد الأصلي للخلايا البكتيرية في العينة.

2. جد عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 5 أيام.

3. بعد كم يومًا يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العينة 1400 خلية؟

11. توصّلت دراسة إلى أن عدد الأرناب في محمية طبيعية يتزايد وفق الاقتران:  $N(t) = \frac{2000}{1+3e^{-0.05t}}$ ، حيث  $N$  عدد الأرناب في المحمية بعد  $t$  سنة:

1. جد عدد الأرناب في المحمية عند بدء الدراسة.

4. بعد كم يومًا يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العينة ضعف العدد الأصلي؟

2. بعد كم سنة يصبح عدد الأرناب في المحمية 700 أرناب؟

9. أودعت سميّة مبلغ  $P$  في حساب بنكي، بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 5%:

1. بعد كم سنة تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي؟

15 جد قيمة كل  $h, k$  إذا وقعت النقطة  $(-2, k)$ ، و  
النقطة  $(h, 100)$  على منحنى الاقتران :

$$f(x) = e^{0.5x+3}$$

12 قيمة  $\log 10$  تساوي:

(a)  $2 \log 5$

(b) 1

(c)  $\log 5 \times \log 2$

(d) 0

13 إذا كان:  $e^{x^2} = 1$ ، فإن قيمة  $x$ :

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 4

14 إذا كان:  $\log_5 4 = k$ ، فاكتب ما يلي بدلالة  $k$ :

(a)  $\log_5 16$

(b)  $\log_5 256$



## امتحان الدرس الخامس

1. حل المعادلة الأسية:  $2^{x+1} = 4^{x-1}$  هو:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 8

2. إذا كان:  $e^{x^2} = 1$ ، فإن قيمة  $(x)$  تساوي:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 4

3. قيمة:  $\log(10)$  تساوي:

- a)  $2 \log(5)$
- b) 1
- c)  $\log(5) \times \log(2)$
- d) 0

4. حل المعادلة:  $\ln e^x = 1$  هو:

- a) -2
- b) -1
- c) 1
- d) 2

5. قيمة:  $\log(0.1)^2$  هي:

- a) -2
- b) -1
- c) 1
- d) 2

6. قيمة:  $\log(10000)$  هي:

- a) 4
- b) -4
- c) 3
- d) -3

7. إذا كان:  $f(x) = e^{x-1} + \ln(x) + \ln e^x$ ، جد  $f(1)$

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 2

8. قيمة  $(x)$  في المعادلة  $3^{x+4} = 1$  هي:

- a) 4
- b) -4
- c) 0
- d) 1

9. قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $2^x = 7$  هي:

- a)  $\log(2)$
- b)  $\log(7)$
- c)  $\log\left(\frac{2}{7}\right)$
- d)  $\log_2(7)$

14. قيمة  $(x)$  في المعادلة الآتية:  $e^{x^2} = e^4$  هي:

- a) 2
- b) - 2
- c)  $\pm 2$
- d) 4

15. قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $-5e^{2x} = -125$  هي:

- a)  $\frac{\ln(5)}{2}$
- b)  $\ln(25)$
- c)  $\ln(2)$
- d)  $\ln(5)$

16. قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $25^x + 5^x - 6 = 0$  هي:

- a) 2.32
- b) 0.30
- c) 0.70
- d) 0.43

17. قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $64^x + 2(8)^x - 3 = 0$  هي:

- a)  $x = 1$
- b)  $x = 0$
- c)  $x = \log(8)$
- d)  $x = \log(3)$

10. حل المعادلة:  $7(4)^x = 49$  هو:

- a)  $\frac{\log(7)}{\log(4)}$
- b)  $\frac{\log(4)}{\log(7)}$
- c)  $\log(7) \log(4)$
- d)  $\log(4)$

11. حل المعادلة:  $2^{x+4} = 5$  هي:

- a)  $\log_2 5$
- b)  $\log_2(5) - 4$
- c)  $\log_5(2) - 4$
- d)  $\frac{\log(5) - \log(2)}{\log(2)}$

12. قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $2^{x+4} = 5^{3x}$  هي:

- a) 0.67
- b) - 0.17
- c) 2.23
- d) 1.20

13. قيمة  $(x)$  التي تحقق المعادلة:  $e^{2x+1} = 7$  هي:

- a)  $\ln(7) - 1$
- b)  $\frac{\ln(7) - 1}{2}$
- c)  $\frac{2}{\ln(7)} - 1$
- d) 2

**22.** يمثل الاقتران:  $A(t) = 10e^{-0.0862t}$  كتلة اليوم (بالغرام) المتبقية من عينة كتلتها  $10\text{ g}$  بعد  $t$  يومًا من بدء التفاعل، بعد كم يوم سيظل في العينة  $0.5\text{ g}$ ؟

a)  $-0.0862$

b)  $0.0862$

c)  $\frac{\ln\left(\frac{0.5}{10}\right)}{0.0862}$

d)  $-\frac{\ln\left(\frac{0.5}{10}\right)}{0.0862}$

**23.** جد قيمة كل من:  $k, h$  إذا وقعت النقطة  $(-2, k)$  والنقطة  $(h, 100)$  على منحنى الاقتران:  $f(x) = e^{0.5x+3}$

a)  $k = e^2, h = 3.21$

b)  $k = e, h = 3.21$

c)  $k = e, h = 1$

d)  $k = e^{-2}, h = -1$

**24.** توصلت دراسة إلى أن عدد الأرناب في محمية طبيعية يتزايد وفق العلاقو:  $N(t) = \frac{2000}{1+3e^{-0.05t}}$  حيث  $N$  عدد الأرناب في المحمية بعد  $t$  سنة، جد عدد الأرناب عند بدء الدراسة:

a) 500

b) 5000

c) 50000

d) 500000

**18.** قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $e^{2x} + 2e^x - 15 = 0$  هي: (ملاحظة:  $e^{ax} = (e^x)^a$ )

a)  $\log_2(3)$

b)  $\log(3)$

c)  $\ln(3)$

d)  $\frac{\ln(3)}{2}$

**19.** قيمة  $(x)$  في المعادلة:  $3^x + \frac{4}{3^x} = 5$  هي:

a)  $x = \{4\}$

b)  $x = \{\log_3(4)\}$

c)  $x = \{0\}$

d)  $x = \{0, \log_3(4)\}$

**20.** إذا كان:  $\log_5(4) = k$ ، فإن  $\log_5(16)$  بدلالة  $k$  تساوي:

a)  $\frac{k}{2}$

b)  $\frac{2}{k}$

c)  $2k$

d)  $4k$

**21.** انتشر فيروس في شبكة حواسيب وفق الاقتران:  $V(t) = 30e^{0.1t}$ ، حيث:  $V$  عد أجهزة الحاسوب المصابة و  $t$  الزمن بالدقائق، جد الزمن اللازم لإصابة 10000 جهاز حاسوب بالفيروس.

a) 6.9

b) 0.1

c) 58.1

d) 5.8



• مشتقة القوة السالبة:

| $f(x)$     | $f'(x)$ |
|------------|---------|
| $x^{-2}$   |         |
| $x^{-5}$   |         |
| $x^{-1}$   |         |
| $x^{-4}$   |         |
| $3x^{-3}$  |         |
| $bx^{-7}$  |         |
| $-6x^{-2}$ |         |



بس تخلص اشتقاق رجعتها تحت  
(موجب)

• مشتقة القوة الكسرية الموجبة والسالبة:

| $f(x)$             | $f'(x)$ |
|--------------------|---------|
| $x^{\frac{7}{2}}$  |         |
| $x^{\frac{4}{3}}$  |         |
| $x^{\frac{1}{2}}$  |         |
| $x^{-\frac{3}{2}}$ |         |
| $x^{\frac{5}{7}}$  |         |
| $x^{\frac{8}{3}}$  |         |

الوحدة الثانية: التفاضل

الدرس الأول:  
قاعدة السلسلة

• مشتقة الثوابت:

إذا كان :

$$f(x) = k \rightarrow f'(x) = 0$$

أمثلة على الثوابت:

| $f(x)$        | $f'(x)$ |
|---------------|---------|
| $k$           |         |
| $3k^2$        |         |
| $\frac{1}{b}$ |         |
| $\sqrt{a}$    |         |
| $a^2 + b^2$   |         |
| $6$           |         |

• مشتقة المتغيرات اللي فيها  $x$ :

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

| $f(x)$           | $f'(x)$ |
|------------------|---------|
| $x^3$            |         |
| $2x^2$           |         |
| $5x$             |         |
| $\frac{1}{4}x^4$ |         |
| $\sqrt{2}x^7$    |         |
| $kx^5$           |         |
| $k^2 x^3$        |         |

3 إذا كان:  $g(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x}$  فإن  $g'(x)$  ؟

- (a)  $2\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$  (b)  $\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}$   
(c)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$  (d)  $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$

4 إذا كان:  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  فإن  $f'(2)$  ؟

- (a)  $\frac{5}{4}$  (b)  $\frac{1}{4}$   
(c)  $-\frac{5}{4}$  (d)  $\frac{3}{4}$

5 إذا كان:  $f(x) = k^3 x^3 - 1$  وكان  $f'(-1) = 81$  فإن قيمة الثابت  $k$  تساوي:

- (a) 3 (b) 9  
(c) 27 (d) 81

• مشتقة الجذر التربيعي:

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \rightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{2\sqrt{g(x)}}$$

جهازها ← اشتقها ← رجّعها

| جهازها                    | اشتقها | رجّعها  |
|---------------------------|--------|---------|
| $f(x)$                    | $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $\sqrt[3]{x^5}$           |        |         |
| $\sqrt[4]{x}$             |        |         |
| $\sqrt[7]{x^2}$           |        |         |
| $\frac{1}{x^2}$           |        |         |
| $\frac{3}{x^5}$           |        |         |
| $\frac{7}{x^{-3}}$        |        |         |
| $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ |        |         |

"مشغل"

1 إذا كان:  $f(x) = x^3 - 2x + 1$  فإن  $f'(x)$  ؟

- (a)  $f'(x) = 3x^2 - 2x$  (b)  $f'(x) = 3x^2 - 2$   
(c)  $f'(x) = 3x^2 + 1$  (d)  $f'(x) = 3x^2$

2 إذا كان:  $y = 3kx^2 - 1$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  ؟

- (a)  $6kx$  (b) 0  
(c) 6 (d)  $3k$

مشتقة القوس:

$$f(x) = (g(x))^n$$

↓

$$f'(x) = n(g(x))^{n-1} \cdot g'(x)$$

| $f(x)$                            | $f'(x)$ |
|-----------------------------------|---------|
| $(x^2 + 1)^3$                     |         |
| $(x^3 + 2x)^7$                    |         |
| $5(1 - x^2)^3 + 4x + 7$           |         |
| $(\sqrt{x} + 5)^4$                |         |
| $(3 - 2x^2)^{-5}$                 |         |
| $(x^2 - 7x + 1)^{\frac{3}{2}}$    |         |
| $\sqrt[3]{2x + x^5} + (14 - x)^2$ |         |

9 جد مشتقة كل مما يلي:

1.  $f(x) = (2x + 1)^3 - \sqrt{3x^2 - 2x}$

2.  $\sqrt[3]{2x - 1} - (x - 3)^3$

| $f(x)$                             | $f'(x)$ |
|------------------------------------|---------|
| $\sqrt{4 - 3x}$                    |         |
| $\sqrt{x^3 + 4x}$                  |         |
| $\sqrt{7 - x}$                     |         |
| $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{16 - x^2}$ |         |

6 إذا كان:  $f(x) = (1 - 2x^2)^{\frac{1}{2}}$  فإن  $f'(x)$  ؟

(a)  $\frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$

(b)  $\frac{-4x}{\sqrt{1-2x^2}}$

(c)  $\frac{4x}{\sqrt{1-2x^2}}$

(d)  $\frac{2x}{\sqrt{1-2x^2}}$

7 إذا كان:  $f(x) = \sqrt{1 + x^3}$  فإن  $f'(2)$  ؟

(a) 4

(b) 2

(c) 3

(d) 1

8 إذا كان:  $f(x) = \sqrt{g(x)}$  وكان  $g(2) = 4$ ، فإن  $f'(2)$  ؟

$g'(2) = 8$

(a) 2

(b) 8

(c) 4

(d) 6

13 إذا كان:  $f(x) = u^3 - 5(u^3 - 7u)^2$ ،  
جد  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $x = 4$ ،  $u = \sqrt{x}$

3.  $f(x) = \sqrt{x} + 2(x^2 - x + 1)^3$

4.  $f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$  ،  $x = \frac{1}{4}$

10 إذا كان:  $y = u^3 - 7u^2$ ،  $u = x^2 + 3$ ،  
جد  $\frac{dy}{dx}$  ؟

14 إذا كان:  $y = (1 + u^2)^3$ ،  $u = 2x - 1$ ،  
جد  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $x = 1$  ؟

11 إذا كان:  $y = \sqrt{7 - 3u}$ ،  $u = x^2 - 9$ ،  
جد  $\frac{dy}{dx}$  ؟

15 إذا كان:  $g'(2) = 6$ ،  $h(3) = 2$ ،  $h'(3) = -2$ ،  
 $g(2) = -3$ ، وكان:  $f(x) = g(h(x))$ ، فإن  $f'(3)$  ؟

(a) 12

(b) 6

(c) -6

(d) -12

12 إذا كان:  $y = u^3 - 2u + 1$ ،  $u = 2\sqrt{x}$ ،  
جد  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $x = 4$  ؟



19 يمثل الاقتران:  $C(x) = 1000\sqrt{x^2 - 0.1x}$  تكلفة إنتاج  $x$  قطعة من منتج معين (بآلاف الدنانير):

1. جد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة.

2. جد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المنتجة عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة.

16 إذا كان:  $g'(-2) = 4$ ،  $h(5) = -2$ ،  $h'(5) = 6$ ،  $g(-2) = 8$ ، وكان:  $f(x) = g(h(x))$ ، فإن:  $f'(5)$  ؟

- (a) -12 (b) 24  
(c) -24 (d) 12

17 إذا كان:  $g'(2) = 6$ ،  $h(3) = 2$ ،  $h'(3) = -2$ ،  $g(2) = -3$ ، وكان:  $f(x) = (h(x))^3$ ، فإن:  $f'(3)$  ؟

- (a) 12 (b) -12  
(c) -24 (d) 24

18 إذا كان:  $g'(-2) = 4$ ،  $h(5) = -2$ ،  $h'(5) = 6$ ،  $g(-2) = 8$ ، وكان:  $f(x) = 4(h(x))^2$ ، فإن:  $f'(5)$  ؟

- (a) 96 (b) -96  
(c) 16 (d) -16

20 يمثل الاقتران:  $P(t) = \sqrt{10t^2 + t + 229}$  إجمالي الأرباح السنوية لإحدى الشركات الصناعية (بآلاف الدنانير)، حيث  $t$  عدد السنوات بعد عام 2015 م:

1. جد معدل تغير إجمال الأرباح السنوي للشركة بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

2. جد معدل تغير إجمالي الأرباح السنوي للشركة عام 2020 م، مفسراً معنى النتائج.

23 توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة مقدار التلوث في إحدى البحيرات باستعمال الاقتران:

$$P(t) = (t^{\frac{1}{4}} + 3)^3, \text{ حيث } t \text{ الزمن بالسنوات،}$$

علمًا بأن  $P$  يقاس بأجزاء من المليون:

1. جد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بالنسبة إلى الزمن.

2. جد معدل تغير مقدار التلوث في البحيرة بعد 16 عامًا.

24 إذا كان:  $h(x) = f(g(x))$ ، حيث:

$$f(u) = u^2 - 1, \text{ وكان: } g'(2) = -1, g(2) = 3, \text{ فجد } h'(2), \text{ مبررًا إجابتك.}$$

25 جد مشتقة الاقتران:  $y = (x^2 - 4)^5$ ، عندما  $y = 0$ ، مبررًا إجابتك.

21 توصلت دراسة بيئية إلى نمذجة متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بإحدى القرى عن طريق الاقتران:

$$C(p) = 0.6\sqrt{0.5p^2 + 17}, \text{ حيث } p \text{ عدد السكان بالآلاف نسمة، علمًا بأن } C \text{ يقاس بالجزء من المليون (} C = 5 \text{ تعني 5 أجزاء من المليون مثلاً):}$$

1. جد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد السكان.

2. جد معدل تغير متوسط المستوى اليومي لغاز أول أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد السكان عندما يكون عدد السكان 4 آلاف نسمة، مفسرًا معنى الناتج.

22 يمثل الاقتران:  $N(t) = 20 - \frac{30}{\sqrt{9-t^2}}$  عدد السلع

التقريبي التي يمكن لمحاسب مبتدئ في أحد المحال التجارية أن يمررها فوق الماسح الضوئي في الدقيقة الواحدة بعد  $t$  ساعة من بدئه العمل. جد سرعة المحاسب في أداء هذه المهمة بعد زمن مقداره  $t$  ساعة.

26 أي الاقترانات الآتية مختلف، مبررًا إجابتك:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$h(x) = (x^2 + 1)^3$$

$$g(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$$

$$p(x) = x^2 + 1$$

26 جد مشتقة الاقتران:

$$f(x) = \sqrt[3]{2x + (x^2 + x)^4}$$

امتحان الدرس الأول  
"قاعدة السلسلة"

1. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 7x + 1$ ، فإن  $f'(x)$ :

a)  $f'(x) = x^4 + x^3 - 7$

b)  $f'(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7$

c)  $f'(x) = x^3 + x^2 - 7$

d)  $f'(x) = x^3 + x^2 + 1$

2. إذا كان:  $f(x) = (1 - x)^{100}$ ، فإن  $f'(x)$ :

a)  $f'(x) = 100(1 - x)^{99}$

b)  $f'(x) = -100(1 - x)^{100}$

c)  $f'(x) = -99(1 - x)^{100}$

d)  $f'(x) = -100(1 - x)^{99}$

3. إذا كان:  $f(x) = (1 + x^3)^4 + x^8 + 2$ ، فإن  $f'(x)$ :

a)  $f'(x) = 12x^2(1 + x^3)^3 + 8x^7$

b)  $f'(x) = 4(1 + x^3)^3 + 8x^7$

c)  $f'(x) = 12x^2(1 + x^3)^4 + x^8$

d)  $f'(x) = 3x^2(1 + x^3)^4 + 8x^7$

4. إذا كان:  $f(x) = (x^2 - x)^2$ ، فإن  $f'(x)$ :

a)  $f'(x) = 2(x^2 - x)(2x - 1)$

b)  $f'(x) = (x^2 - x)(2x - 1)$

c)  $f'(x) = 4x(x^2 - x)$

d)  $f'(x) = x^2 - x$

5. إذا كان:  $y = (6 - 2x)^3$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  عند  $x = 1$ :

a) 24

b) -24

c) -96

d) 48

6. إذا كان:  $f(x) = (x + 5)^7 + (2x + 3)^6$ ، فإن  $f'(x)$ :

a)  $f'(x) = 7(x + 5)^6 + 6(2x + 3)^5$

b)  $f'(x) = 7(x + 5)^6 + 12(2x + 3)^5$

c)  $f'(x) = (x + 5)^6 + (2x + 3)^5$

d)  $f'(x) = 6(x + 5)^7 + 10(2x + 3)^6$

7. إذا كان:  $g(x) = 2(x^2 - 1)^3$ ، فإن  $g'(0)$ :

a) -4

b) 4

c) 0

d) -1

8. إذا كان:  $f(x) = (2x^4 - x)^3$ ، فإن  $f'(1)$ :

a) -21

b) 3

c) 21

d) 7

13. إذا كان:  $f(x) = (2x^2 - 7)^{\frac{5}{4}}$ ، فإن  $f'(4)$ :

- a) 100
- b)  $20\sqrt[4]{25}$
- c)  $\sqrt[4]{25}$
- d) 20

9. إذا كان:  $y = (1 - x)^3$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $y = 8$

- a) 12
- b) -3
- c) 4
- d) -12

14. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x-8}}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{-4}{3\sqrt[3]{(4x-8)^4}}$
- b)  $\frac{-4}{\sqrt[3]{(4x-8)^4}}$
- c)  $\frac{-1}{\sqrt[3]{(4x-8)^4}}$
- d)  $\frac{4}{3\sqrt[3]{(4x-8)^4}}$

10. إذا كان:  $y = \frac{1}{(x^2+1)^4}$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

- a)  $\frac{-8x}{(x^2+1)^5}$
- b)  $\frac{8x}{(x^2+1)^5}$
- c)  $\frac{x}{(x^2+1)^5}$
- d)  $\frac{-x}{(x^2+1)^5}$

15. إذا كان:  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 6}$ ، فإن  $f'(2)$ :

- a)  $\frac{7}{8}$
- b)  $\frac{7}{4}$
- c)  $\frac{-7}{4}$
- d)  $\frac{-7}{2}$

11. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{(4x+1)^2}$ ، فإن  $f'\left(\frac{1}{4}\right)$ :

- a) 1
- b) -1
- c) 4
- d) -4

12. إذا كان:  $f(x) = 3\sqrt[5]{x^4}$ ، فإن  $f'(1)$ :

- a)  $\frac{-12}{5}$
- b)  $\frac{4}{5}$
- c)  $\frac{-4}{5}$
- d)  $\frac{12}{5}$

16. إذا كان:  $y = 1 - 4\sqrt{x}$ ، فإن  $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=4}$ :

- a) 1
- b) -1
- c) 4
- d) -4

**21.** إذا كان:  $f(x) = \sqrt{g(x)}$ ، وكان:  $g'(2) = 8$ ،  
 $g(2) = 9$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{4}{3}$
- b)  $\frac{-4}{3}$
- c) 8
- d) 4

**17.** إذا كان:  $y = u^3 - 2$ ،  $u = x^2 + 1$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

- a)  $6(x^2 + 1)^2$
- b)  $x(x^2 + 1)^2$
- c)  $3x(x^2 + 1)^2$
- d)  $6x(x^2 + 1)^2$

**18.** إذا كان:  $y = u^2 + u + 1$ ،  $u = 2x + 1$ ،

فإن  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$

- a) -6
- b) 6
- c) 0
- d) -2

**22.** إذا كان:  $f(x) = 4(h(x))^2$ ، وكان:  
 $h(5) = -2$ ،  $h'(5) = 6$ ، فإن  $f'(5)$ :

- a) 16
- b) 12
- c) 96
- d) -96

**19.** إذا كان:  $f(x) = g(h(x))$ ، وكان:

$g(3) = 4$ ،  $g'(3) = 2$ ،  $h'(1) = 7$ ،  
 $h(1) = 3$ ، فإن  $f'(1)$ :

- a) -7
- b) 2
- c) 14
- d) 7

**23.** يمثل الاقتران:  $N(t) = 20 - \frac{30}{\sqrt{9-t^2}}$ ، عدد

السلع التقريبي التي يمكن لمحاسب مبتدئ في  
أحد المحال التجارية، أن يمررها فوق الماسح  
الضوئي في الدقيقة الواحدة بعد  $t$  ساعة من بدئه  
العمل، فإن سرعة المحاسب في أداء هذه المهمة  
بعد زمن مقداره  $t$  ساعة:

- a)  $N'(t) = \frac{-30t}{\sqrt{(9-t^2)^3}}$
- b)  $N'(t) = \frac{30t}{\sqrt{(9-t^2)^3}}$
- c)  $N'(t) = \frac{-15t}{\sqrt{(9-t^2)^3}}$
- d)  $N'(t) = \frac{15t}{\sqrt{(9-t^2)^3}}$

**20.** إذا كان:  $h(x) = f(g(x))$ ،  $f(u) = u^2 - 1$ ،  
وكان:  $g(2) = 3$ ،  $g'(2) = 1$ ، فإن  $h'(2)$ :

- a) 2
- b) 1
- c) 6
- d) 4

24. إذا كان:  $S(x) = 200\sqrt{5x^2 + 100}$ ، فإن

معدل تغير الاقتران  $S$  بالنسبة إلى  $x$  هو: وزارة 2023

a)  $S'(x) = \frac{5x}{\sqrt{5x^2 + 100}}$

b)  $S'(x) = \frac{1000x}{\sqrt{5x^2 + 100}}$

c)  $S'(x) = \frac{2000x}{\sqrt{5x^2 + 100}}$

d)  $S'(x) = \frac{10x}{\sqrt{5x^2 + 100}}$

وزارة 2023

25. إذا كان  $h(x)$  و  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق،

وكان  $f(x) = g(h(x))$  حيث:  $h'(2) = 5$ ،

$g(-1) = 2$ ،  $g'(-1) = 3$ ،  $h(2) = -1$

فإن  $f'(2)$  هي:

a) 10

b) 0

c) 3

d) 15

الدرس الثاني:

مشتقة الضرب و القسمة

مشتقة الضرب:

$$f(x) = g(x) \cdot h(x) \text{ إذا كان:}$$

$$f'(x) = g(x) \cdot h'(x) + h(x) \cdot g'(x) \text{ فإن:}$$

$$= \text{مشتقة الأول} \times \text{الثاني} + \text{مشتقة الثاني} \times \text{الأول}$$

1 جد مشتقة كل مما يلي:

$$1. f(x) = (x^3 + 4)(7x^2 - 4x)$$

$$2. f(x) = (\sqrt{x} + 1)(3x - 2)$$

$$3. f(x) = x(1 + 3x)^5$$

$$4. f(x) = (2x + 1)^5(3x + 2)^4$$

$$5. f(x) = 5x^{-3}(x^4 - 5x^3 + 10x - 2)$$

مشتقة القسمة:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \text{ إذا كان:}$$

$$f'(x) = \frac{h(x) \cdot g'(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2} \text{ فإن:}$$

$$= \frac{\text{مشتقة المقام} \times \text{البسط} + \text{مشتقة البسط} \times \text{المقام}}{(\text{المقام})^2}$$

$$f(x) = \frac{\text{رقم}}{\text{مقام}} \text{ حالة خاصة (1): إذا كان:}$$

$$f'(x) = \frac{\text{مشتقة المقام} \times \text{الرقم}}{(\text{المقام})^2}$$

$$f(x) = \frac{\text{بسط}}{\text{رقم}} \text{ حالة خاصة (2): إذا كان:}$$

$$f'(x) = \frac{\text{مشتقة البسط}}{\text{رقم}}$$



3 جد مشتقة كل مما يلي:

8.  $f(x) = \frac{2x+1}{3}$

9.  $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

10.  $f(x) = \frac{x^{-3}}{x^2+1}$

11.  $f(x) = \frac{x}{5+2x} - 2x^4$

12.  $f(x) = \frac{x^2-1}{(x+2)^4}$

13.  $f(x) = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$

14.  $f(x) = \left(x + \frac{2}{x}\right)(x^2 - 3)$

1.  $f(x) = \frac{2}{3x^2+1}$

2.  $f(x) = \frac{-2}{4x+1}$

3.  $f(x) = \frac{1}{1-x^3}$

4.  $f(x) = \frac{1}{x}$

5.  $f(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$

6.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$

7.  $f(x) = \frac{x^3-2x+1}{5}$

7 استعمال قاعدة السلسلة في إيجاد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يأتي  
عند قيمة  $x$  المعطاة:

1.  $y = u(u^2 + 3)^3, u = (x + 3)^2, x = -2$

2.  $y = \frac{u^3}{u+1}, u = (x^2 + 1)^3, x = 1$

8 إذا كان:  $g'(2) = 2, g(2) = 3$   
 $f'(2) = -1, f(2) = 4$   
فجد كلاً مما يأتي:

1.  $(fg)'(2)$

2.  $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$

3.  $(3f + fg)'(2)$

4 جد مشتقة كل مما يلي عند قيمة  $x$  المعطاة:

1.  $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x = 2$

2.  $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x+4}}, x = 12$

5 إذا كان:  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ، فإن  $f'(x)$ :

(a)  $1 + \frac{1}{x^2}$

(b)  $1 - \frac{1}{x^2}$

(c)  $1 + \frac{1}{x}$

(d)  $1 - \frac{1}{x}$

6 إذا كان:  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ، فإن  $f'(x)$ :

(a)  $\frac{2}{(x-1)^2}$

(b)  $\frac{1}{(x-1)^2}$

(c)  $\frac{-2}{(x-1)^2}$

(d)  $\frac{-1}{(x-1)^2}$

11 يمثل الاقتران:  $S(t) = \frac{2000t}{4+0.3t}$ ، إجمالي المبيعات (بآلاف الدنانير) لشركة جواهر و حلي، حيث  $t$  عدد السنوات بعد عام 2020م:

1. جد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة إلى الزمن.

2. جد معدل تغير إجمالي المبيعات للشركة عام 2030م، مفسراً معنى الناتج.

12 يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران:

$P(t) = 12(2t^2 + 100)(t + 20)$ ، حيث  $t$  الزمن بالسنوات منذ الآن، و  $P$  عدد السكان بالآلاف:

1. جد معدل تغير عدد السكان في البلدة بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

2. جد معدل تغير عدد السكان في البلدة عندما  $t = 6$ ، مفسراً معنى الناتج.

9 إذا كان  $f(x), g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق عندما  $x = 0$ ، وكان:  $g(0) = 1, g'(0) = 2, f(0) = 3, f'(0) = -4$  فجد كلاً مما يأتي:

1.  $(fg)'(0)$

2.  $\left(\frac{f}{g}\right)'(0)$

3.  $(3f - 4fg)'(0)$

10 إذا كان:  $y = uv$ ، وكان:  $v'(1) = 1, u(1) = 2, u'(1) = 3, v(1) = -1$  فإن  $y'(1)$

(a) -4

(b) -1

(c) 1

(d) 4

15 إذا كان:  $f(x) = \frac{2x}{x+5} + \frac{6x}{x^2+7x+10}$ ، فأجب  
عن السؤالين الآتيين تبعاً:  
1. أثبت أن:  $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ ، مبرراً اجابتك.

2. جد  $f'(3)$ .

16 إذا كان:  $f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$ ، فجد قيمة  $x$  عندما  
 $f'(x) = 0$

13 يمثل الاقتران:  $N(t) = 1000 \left(1 - \frac{3}{t^2+50}\right)$  عدد الخلايا البكتيرية بعد  $t$  يوماً في مجتمع بكتيري:  
1. جد معدل تغير  $N$  بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

2. جد معدل تغير  $N$  بالنسبة إلى الزمن  $t$  عندما  
 $t = 1$

14 جد مشتقة الاقتران:  
 $f(x) = x(4x - 3)^6(1 - 4x)^9$

امتحان الدرس الثاني  
"مشتقنا الضرب و القسمة"

1. إذا كان:  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$ ، فإن  $f'(-1)$

- a) - 4
- b) 4
- c) 2
- d) 0

2. إذا كان:  $g(x) = 3x^2$ ،  $f(x)$  وكان:  $g'(2) = 3$ ،  $g(2) = 5$ ، فإن  $f'(2)$

- a) 96
- b) - 96
- c) 36
- d) 60

3. إذا كان:  $g(x) = 4x$ ،  $f(x)$  وكان:  $g'(1) = 5$ ،  $f(1) = 8$ ، فإن  $f'(1)$

- a) 36
- b) 72
- c) 28
- d) 20

4. إذا كان:  $y = u \cdot v$ ، وكان:  $u'(1) = 3$ ،  $u(1) = 2$ ،  $v'(1) = 1$ ،  $v(1) = -1$ ، فإن  $y'(1)$

- a) 1
- b) - 1
- c) 3
- d) - 3

5. إذا كان:  $f(x)$ ،  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق عند  $x = 2$  وكان:  $f(2) = 3$ ،  $f'(2) = -4$ ،  $g(2) = 1$ ،  $g'(2) = 2$ ، فإن  $(f \cdot g)'(2)$

- a) 2
- b) 13
- c) - 2
- d) - 13

6. إذا كان:  $f(x)$ ،  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق عند  $x = 2$  وكان:  $f(2) = 3$ ،  $f'(2) = -4$ ،  $g(2) = 1$ ،  $g'(2) = 2$ ، فإن  $(2f + 3g)'(2)$

- a) 2
- b) 13
- c) - 2
- d) - 13

7. إذا كان:  $f(x)$ ،  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق عند  $x = 2$  وكان:  $f(2) = 3$ ،  $f'(2) = -4$ ،  $g(2) = 1$ ،  $g'(2) = 2$ ، فإن  $(3f - 4fg)'(2)$

- a) - 20
- b) 20
- c) 0
- d) - 12

8. إذا كان:  $f(x) = b^3 x^3 - 2x^2$ ، وكان  $f'(1) = 20$ ، فإن قيمة الثابت  $b$

- a) 2
- b) - 2
- c) 8
- d) - 8

12. يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران:

$P(t) = \frac{5}{2t^2+9}$  حيث  $t$  الزمن بالسنوات منذ  
الآن و  $P$  عدد السكان بالآلاف فإن معدل تغير  
عدد السكان في البلدة بالنسبة للزمن  $t$ :

a)  $P'(t) = \frac{-20t}{(2t^2+9)^2}$

b)  $P'(t) = \frac{20t}{(2t^2+9)^2}$

c)  $P'(t) = \frac{t}{(2t^2+9)^2}$

d)  $P'(t) = \frac{-t}{(2t^2+9)^2}$

13. يمثل عدد سكان بلدة صغيرة بالاقتران:

$P(t) = \frac{5}{2t^2+9}$  حيث  $t$  الزمن بالسنوات منذ  
الآن و  $P$  عدد السكان بالآلاف فإن معدل تغير  
عدد السكان في البلدة عندما  $t = 2$ :

a)  $\frac{-40}{289}$

b)  $\frac{40}{289}$

c) 40

d) -40

14. إذا كان  $u, v$  اقرانين قابلين للاشتقاق حيث:

$u'(1) = 1, v(1) = 3, v'(1) = 2$

وزارة 2023 هي:  $u(1) = -1$  فإن  $\left(\frac{v}{u}\right)'(1)$ :

a) 2

b) -5

c) 1

d) -3

إذا كان:  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$  فإن  $f'(x)$ :

a)  $\frac{4}{(x+2)^2}$

b)  $\frac{-4}{(x+2)^2}$

c)  $\frac{2x}{(x+2)^2}$

d)  $\frac{-2x}{(x+2)^2}$

9. إذا كان:  $y = x - \frac{1}{x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

a)  $1 - \frac{1}{x}$

b)  $1 + \frac{1}{x}$

c)  $1 + \frac{1}{x^2}$

d)  $1 - \frac{1}{x^2}$

10. إذا كان:  $f(x), g(x)$  اقرانين قابلين للاشتقاق

عند  $x = 2$ ، وكان:  $f(2) = 3, f'(2) = 1$

$g(2) = 1, g'(2) = 2$  فإن  $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$ :

a) -4

b) -5

c) 5

d) 4

11. إذا كان:  $f(x), g(x)$  اقرانين قابلين للاشتقاق

عند  $x = 2$ ، وكان:  $f(2) = 3, f'(2) = 1$

$g(2) = 1, g'(2) = 2$  فإن  $\left(\frac{1}{f}\right)'(2)$ :

a) 9

b)  $\frac{1}{9}$

c)  $-\frac{1}{9}$

d) -9

6.  $f(x) = x \ln x$

7.  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

8.  $f(x) = x^4 \ln x - \frac{1}{2}e^x$

9.  $f(x) = (e^x + 2)(e^x - 1) + 3 \ln x$

10.  $f(x) = (\ln x)^4$

11.  $f(x) = (x^2 + 3x - 9)e^x$

## الدرس الثالث:

مشتقة الاقتران  
الأسّي و اللوغاريتمي

مشتقة الاقتران الأسّي:

إذا كان:

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$$

إذا كان:

$$f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

1 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1.  $f(x) = e^x + \ln x$

2.  $f(x) = 2e^x + 3$

3.  $f(x) = \sqrt[3]{x} + e^x$

4.  $y = xe^x$

5.  $y = \frac{e^x}{x+1}$

8.  $f(x) = \ln(e^x - 2)$

9.  $f(x) = (\ln 3x)(\ln 7x)$

10.  $f(x) = \ln(3x^2 - 2)$

11.  $f(x) = (2e^{3x} - 1)^2$

### ملاحظة:

يمكن استخدام قوانين اللوغاريتمات للتسهيل قبل  
عملية الاشتقاق:

➤  $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$

➤  $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$

➤  $\ln x^n = n \ln x$

مشتقة الاقتران الأسّي و اللوغاريتمي:

إذا كان:

$$f(x) = e^{g(x)} \rightarrow f'(x) = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

إذا كان:

$$f(x) = \ln g(x) \rightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

2 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1.  $f(x) = e^{4x}$

2.  $f(x) = 5e^{\sqrt{x}}$

3.  $f(x) = 3e^{\frac{1}{x}}$

4.  $f(x) = e^{7x+1}$

5.  $f(x) = \ln(x^3)$

6.  $f(x) = \ln(9x + 2)$

7.  $f(x) = x^2 \ln(4x)$



جد مشتقة كل مما يلي عند قيمة  $x$  المعطاة:

4

1.  $f(x) = e^{2x-1} \ln(2x-1)$  ,  $x = 1$

2.  $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$  ,  $x = 4$

3.  $f(x) = \frac{1}{1+e}$  ,  $x = 2$

4.  $f(x) = x^2 e^{-1}$  ,  $x = -1$

5.  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  ,  $x = 3$

6.  $f(x) = 3 \ln x + \frac{1}{x}$  ,  $x = e$

جد مشتقة كل مما يلي:

3

1.  $f(x) = \ln x^3$

2.  $f(x) = \ln \left( \frac{x+1}{x} \right)$

3.  $f(x) = \ln \sqrt{x^2 - 1}$

4.  $f(x) = \ln(xe^x)$

5.  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

6.  $f(x) = (\ln x)^5$

7.  $f(x) = (\ln x)(\ln 7x)$

5 جد مشتقة كل مما يلي:

1.  $y = e^{2u} + 3$  ,  $u = x^2 + 1$

2.  $y = \ln(u + 1)$  ,  $u = e^x$

8 إذا كان:  $y = \sqrt{\ln(x)}$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

(a)  $\frac{x}{2\sqrt{\ln(x)}}$

(b)  $\frac{1}{\sqrt{\ln(x)}}$

(c)  $\frac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$

(d)  $\frac{-1}{2\sqrt{\ln x}}$

9 إذا كان:  $f(x) = \ln(20x + a)$  وكان:  $f'(0) = 4$ ، فإن قيمة الثابت  $a$ ؟

(a) 5

(b) 20

(c) 4

(d) 10

6 إذا كان:  $f(x) = e^{g(x)}$ ، وكان  $g'(1) = 4$ ، فإن  $f'(1)$ ؟

(a)  $e^3$

(b)  $4e^3$

(c) 4

(d) 3

7 إذا كان:  $f(x) = be^{x^3-1}$ ، وكان  $f'(1) = 3e$ ، فإن قيمة  $b$ ؟

(a)  $3e$

(b) 3

(c)  $e$

(d) 1

10 يمكن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستعمال الاقتران:  $P(t) = \frac{100}{1+e^{3-t}}$ ، حيث  $P(t)$  العدد الكلي للطلبة المصابين بعد  $t$  يومًا من ملاحظة الإنفلونزا أول مرة في المدرسة. جد سرعة انتشار الإنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام.

10 يُستعمل الاقتران:

$m(t) = t \ln t + 1, 0 < t \leq 4$  لقياس قدرة الأطفال على التذكر، حيث  $m$  مقياس من 1 إلى 7، و  $t$  عمر الطفل بالسنوات. جد معدل تغير قدرة الأطفال على التذكر بالنسبة إلى عمر الطفل  $t$ .

11 يمثل الاقتران:  $N(t) = 1000 \left( 30 + e^{-\frac{t}{30}} \right)$

عدد الخلايا البكتيرية بعد  $t$  ساعة في مجتمع بكتيري:

1. جد العدد الأولي للخلايا البكتيرية في المجتمع.

2. جد معدل تغير عدد الخلايا البكتيرية بالنسبة إلى الزمن؟

3. جد معدل تغير نمو المجتمع بعد 20 ساعة.

12 يمكن نمذجة درجة استجابة المستهلكين لمنتج ما عن طريق الإعلانات باستعمال الاقتران:

$$N(a) = 2000 + 500 \ln a, a \geq 1$$

الذي يمثل عدد الوحدات المباعة من المنتج، حيث  $a$  المبلغ الذي أنفق على الإعلانات بآلاف الدنانير:

1. جد معدل تغير عدد الوحدات المباعة بالنسبة إلى المبلغ  $a$  الذي أنفق على الإعلانات بآلاف الدنانير.

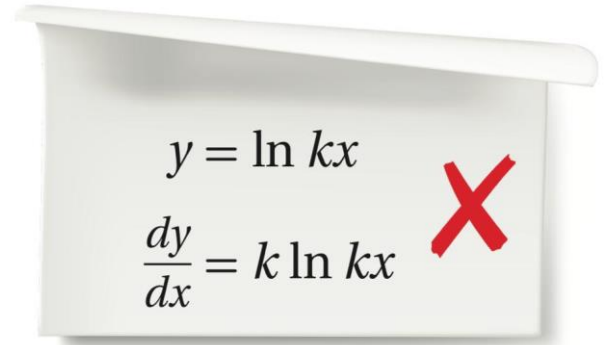
2. جد معدل تغير عدد الوحدات المباعة عندما  $a = 10$ .

13 يستعمل خبراء علم الاجتماع المعادلة:

$$N = P(1 - e^{-0.15d})$$

الذين سمعوا شائعة انتشرت في مجتمع عدد أفرادها  $P$  نسمة بعد  $d$  يوماً من انطلاقها. جد معدل تغير عدد الأشخاص الذين يسمعون شائعة إلى الزمن  $d$  في مجتمع عدد أفرادها 10000 نسمة.

14 اكتشف الخطأ في الحل الآتي ثم صحّحه:


$$y = \ln kx$$
$$\frac{dy}{dx} = k \ln kx$$

15 إذا كان:  $y = \frac{7 \ln x - x^3}{e^{3x}}$  فن ثابت أن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{7}{e^3} \text{ عندما } x = 1.$$

امتحان الدرس الثالث

"مشتق الاقتران الأسّي الطبيعي و الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي"

1. إذا كان:  $f(x) = e^{5x+1}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = 5e^{5x+1}$
- b)  $f'(x) = e^{5x}$
- c)  $f'(x) = (5x + 1)e^{5x+1}$
- d)  $f'(x) = 5e^x$

2. إذا كان:  $f(x) = 3e^{\frac{1}{x}}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = \frac{-3}{x} e^{\frac{1}{x}}$
- b)  $f'(x) = \frac{-3}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$
- c)  $f'(x) = \frac{3}{x} e^{\frac{1}{x}}$
- d)  $f'(x) = \frac{3}{x^2} e^{\frac{1}{x}}$

3. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{e+1}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{-1}{(e+1)^2}$
- b)  $\frac{1}{(e+1)^2}$
- c) 0
- d)  $\frac{-1}{e+1}$

4. إذا كان:  $f(x) = 2x + e^x$ ، فإن  $f'(0)$ :

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

5. إذا كان:  $f(x) = ex + 1$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $e$
- b) 0
- c)  $ex$
- d) 1

6. إذا كان:  $f(x) = e^{0.5} - x^2$ ، فإن  $f'(20)$ :

- a) -40
- b) 40
- c) -20
- d) 20

7. إذا كان:  $f(x) = e^{g(x)}$ ، وكان  $g'(1) = 4$ ، و  $g(1) = 3$ ، فإن  $f'(1)$ :

- a)  $e^3$
- b)  $4e^3$
- c) 4
- d) 3

8. إذا كان:  $f(x) = be^{x^3-1}$ ، وكان  $f'(1) = 3e$ ، فإن قيمة  $b$ ؟

- a)  $3e$
- b) 3
- c)  $e$
- d) 1

13. إذا كان:  $f(x) = 2 \ln x^7$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{1}{x}$
- b)  $\frac{14}{x}$
- c)  $14x^6$
- d)  $\frac{-14}{x}$

9. إذا كان:  $f(x) = \ln(2x + 1)$ ، فإن  $f'(0)$ :

- a) 2
- b)  $\frac{2}{3}$
- c) 3
- d) -2

14. إذا كان:  $f(x) = e^{2x-1} \ln(2x - 1)$ ، فإن  $f'(1)$ :

- a)  $-2e$
- b)  $e$
- c)  $-e$
- d)  $2e$

10. إذا كان:  $f(x) = \ln(e^x + 1)$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{e^x+1}{e^x}$
- b)  $\frac{e^x}{e^x+1}$
- c)  $\frac{e^x}{e^x+1}$
- d) 0

15. إذا كان:  $f(x) = (\ln x)^3$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{3}{x}$
- b)  $\frac{3(\ln x)^2}{x}$
- c)  $3(\ln x)^2$
- d)  $(\ln x)^2$

11. إذا كان:  $y = \sqrt{\ln x}$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

- a)  $\frac{x}{2\sqrt{\ln(x)}}$
- b)  $\frac{1}{\sqrt{\ln(x)}}$
- c)  $\frac{1}{2x\sqrt{\ln(x)}}$
- d)  $\frac{1}{2\sqrt{\ln(x)}}$

16. إذا كان:  $f(x) = \ln(20x + a)$ ، وكان  $f'(0) = 4$  فإن قيمة الثابت  $a$ :

- a) 5
- b) 20
- c) 4
- d) 10

12. إذا كان:  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$
- b)  $\frac{-1}{x^2}$
- c)  $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x}$
- d)  $\frac{1}{x+1}$

20. إذا كان  $f(x) = e^3 + 2e^{-x}$ ، فإن  $f'(x)$  هي:



- a)  $-2e^{-x}$
- b)  $3e^2 - 2e^{-x}$
- c)  $2e^{-x}$
- d)  $3e^2 + 2e^{-x}$

17. إذا كان:  $y = \ln(u + 1)$ ،  $u = e^x$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

- a)  $\frac{x}{e^x+1}$
- b)  $\frac{e^x}{e^x+1}$
- c)  $e^x$
- d)  $\frac{1}{e^x+1}$

21. إذا كان  $f(x) = x^3 - e^{2x}$ ، فإن  $f'(1)$  هي:



- a)  $1 - e^2$
- b)  $1 - 2e^2$
- c)  $3 - e^2$
- d)  $3 - 2e^2$

18. إذا كان:  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{x}\right)$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $x - \ln x$
- b)  $1 - \frac{1}{x}$
- c)  $\frac{1}{x}$
- d)  $\frac{-1}{x}$

22. إذا كان  $f(x) = \ln(7x)$ ، فإن  $f'(x)$  هي:



- a)  $\frac{x}{7}$
- b)  $\frac{7}{x}$
- c)  $\frac{1}{7x}$
- d)  $\frac{1}{x}$

19. يمكن نمذجة انتشار الأنفلونزا في إحدى

المدارس باستعمال الاقتران:  $P(t) = \frac{100}{1+e^{3-t}}$

حيث  $P(t)$  العدد الكلي للطلبة المصابين بعد  $t$  يومًا من ملاحظة الأنفلونزا أول مرة في المدرسة،

فإن سرعة انتشار الأنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام:

- a) 25
- b) -100
- c) -25
- d) -50

23. إذا كان  $f(x) = x \ln x$ ، فإن  $f'(e)$  هي:



- a) 2
- b) 1
- c) -1
- d) -2

7.  $f(x) = \frac{1+\sin x}{\cos x}$

8.  $f(x) = \sqrt{\sin x}$

9.  $f(x) = \sin x \cos x$

10.  $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$

11.  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{\sin x}$

مهم 12.  $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$

13.  $f(x) = 4\sqrt{\cos x + \sin x}$

14.  $f(x) = 2x^3 \sin x - 3x \cos x$

## الدرس الرابع: مشتقة اقتران الجيب و جيب التمام

إذا كان:

$$f(x) = \sin x \rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \cos x \rightarrow f'(x) = -\sin x$$

1 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1.  $f(x) = \sin x + \cos x$

2.  $f(x) = 3 \sin x + 2 \cos x$

3.  $f(x) = \frac{\sin x}{2} - 3 \cos x$

4.  $f(x) = 7 + \sin x$

5.  $f(x) = x^2 \sin x$

6.  $f(x) = e^x \cos x$



8.  $f(x) = e^{2x} \cdot \sin(10x)$

9.  $f(x) = (\cos(2x) - \sin x)^2$

10.  $f(x) = 5\sin \sqrt{x}$

11.  $f(x) = \sin \sqrt{x} + \sqrt{\sin 2x}$

12.  $f(x) = \sin(x^2 + 1)$

13.  $f(x) = (\cos x^2)(\ln x)$

14.  $f(x) = \cos(\ln x)$

إذا كان:

$$f(x) = \sin(g(x))$$

↓

$$f'(x) = \cos(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f(x) = \cos(g(x))$$

↓

$$f'(x) = -\sin(g(x)) \cdot g'(x)$$

2 جد مشتقة كل اقتران مما يلي:

1.  $f(x) = \sin 4x$

2.  $f(x) = \cos(5x)$

3.  $f(x) = e^{\sin 2x}$

4.  $f(x) = \ln(\cos(3x))$

5.  $f(x) = \cos(5x - 2)$

6.  $f(x) = \sin(3x) + \cos(6x)$

7.  $f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$

3 إذا كان:  $y = \sin 4t$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

- (a)  $\cos 4t$  (b)  $-\cos 4t$   
(c)  $4\cos 4t$  (d)  $-4\cos 4t$

4 إذا كان:  $f(x) = x \cos x$ ، فإن  $f'(x)$ :

- (a)  $\cos x - x \sin x$  (b)  $\cos x + x \sin x$   
(c)  $\sin x - x \cos x$  (d)  $\sin x + x \sin x$

5 إذا كان:  $f(x) = \sin^4 3x$ ، فإن  $f'(x)$ :

- (a)  $4\sin^3 3x \cos 3x$  (b)  $12\sin^3 \cos 3x$   
(c)  $12 \sin 3x \cos 3x$  (d)  $2\cos^3 3x$

6 يمثل الاقتران:  $D(t) = 1500 + 400\sin 0.4t$

عدد الغزلان في إحدى الغابات بعد  $t$  سنة من بدء  
دراسة لأحد الباحثين عليها. جد معدل تغير عدد  
الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

15.  $f(x) = \sin \left( \frac{e^x}{1+e^x} \right)$

ملاحظة:

إذا كان اقتران الجيب أو جيب التمام مرفوع لقوة فهو  
مشتقة قوس.

16.  $f(x) = \cos^3 x$

17.  $f(x) = 4\sin^2 x$

18.  $f(x) = \sin^3(5x - 1)$

19.  $f(x) = \cos(1 - 2x)^2$

20.  $f(x) = \cos^2 x + \cos x^2$

21.  $f(x) = \cos^3 2x \cdot \cos x$

9 يمثل الاقتران:

$$C(t) = 30 + 21.6 \sin\left(\frac{2\pi t}{365} + 10.9\right)$$

الاستهلاك اليومي من الوقود (بالليترات) لإحدى السيارات، حيث  $t$  الزمن بالأيام. جد معدل تغير استهلاك السيارة للوقود بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

10 يمثل الاقتران:

$$h(t) = 85 \sin \frac{\pi}{20}(t - 10) + 90$$

(بالأقدام) لشخص يركب في عجلة دوارة، حيث  $t$  الزمن بالثواني. جد معدل تغير ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

7 يمكن إيجاد عدد ساعات النهار  $H$  في أي يوم  $t$  من العام في إحدى المدن باستعمال الاقتران:

$$H(t) = 12 + 2.4 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t - 80)\right)$$

معدل تغير عدد ساعات النهار بالنسبة إلى الزمن  $t$  في هذه المدينة.

8 يمكن نمذجة ضغط الدم لمريض في حالة الراحة

$$P(t) = 100 + 20 \sin 2\pi t$$

باستعمال الاقتران: حيث  $P$  ضغط الدم بالمليمتر من الزئبق، و  $t$  الزمن بالثواني. جد معدل تغير ضغط دم المريض بالنسبة إلى الزمن  $t$ .

13 جد مشتقة الاقتران:  $f(x) = e^x \sin^2 x \cos x$

11 اكتشف الخطأ في الحل الآتي، ثم صحّحه:

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x \sin x \\ f'(x) &= \cos x \cos x + \sin x (-\sin x) \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x \\ &= 1 \end{aligned}$$

14 اكتشف الخطأ في الحل الآتي، ثم صحّحه:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sin\left(\frac{1}{x}\right) \\ f'(x) &= \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \end{aligned}$$

12 إذا كان:  $y = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x)$ ، فاثبت أن:

$$\frac{dy}{dx} = \sin^2 x$$

امتحان الدرس الرابع

مشتقتا اقتران الجيب و اقتران جيبه النمام

1. إذا كان:  $f(x) = 3x + \cos x$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = 3 + \sin x$
- b)  $f'(x) = 3 - \sin x$
- c)  $f'(x) = -\sin x$
- d)  $f'(x) = \sin x$

2. إذا كان:  $f(x) = 3 \sin x - 2 \cos x$  فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = 3 \cos x + 2 \sin x$
- b)  $f'(x) = 3 \cos x - 2 \sin x$
- c)  $f'(x) = -3 \cos x + 2 \sin x$
- d)  $f'(x) = 5 \sin x$

3. إذا كان:  $f(x) = \sin x - x^2$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = \cos x + 2x$
- b)  $f'(x) = \cos x - 2$
- c)  $f(x) = \cos x - 2x$
- d)  $f'(x) = \sin x - 2x$

4. إذا كان:  $f(x) = e^{\sin x}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$
- b)  $f'(x) = -\cos x \cdot e^{\sin x}$
- c)  $f'(x) = \sin x \cdot e^{\sin x}$
- d)  $f'(x) = e^{\cos x}$

5. إذا كان:  $f(x) = \ln \cos x$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $\frac{\sin x}{\cos x}$
- b)  $\frac{\cos x}{\sin x}$
- c)  $-\sin x$
- d)  $\frac{-\sin x}{\cos x}$

6. إذا كان:  $f(x) = x \sin x$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = x \cos x + \sin x$
- b)  $f'(x) = -x \cos x + \sin x$
- c)  $f'(x) = x \sin x + \cos x$
- d)  $f'(x) = \cos x$

7. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{\cos x}$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = \cos x$
- b)  $f'(x) = \sin x$
- c)  $f'(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$
- d)  $f'(x) = \frac{-\sin x}{\cos^2 x}$

8. إذا كان:  $f(x) = \sin(x^2 + 1)$ ، فإن  $f'(x)$ :

- a)  $f'(x) = 2x \cos(x^2 + 1)$
- b)  $f'(x) = \cos(x^2 + 1)$
- c)  $f'(x) = 2x \sin(x^2 + 1)$
- d)  $f'(x) = 2 \sin(x^2 + 1)$

13. إذا كان:  $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \cos x \sin x$
- b)  $f'(x) = 0$
- c)  $f'(x) = 2 \sin x + 2 \cos x$
- d)  $f'(x) = 2 \sin x - 2 \cos x$

14. إذا كان:  $f(x) = \sin^4 3x$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = 4 \sin^3 3x \cdot \cos 3x$
- b)  $f'(x) = 12 \sin^3 3x \cdot \cos 3x$
- c)  $f'(x) = 12 \sin 3x \cdot \cos 3x$
- d)  $f'(x) = 12 \cos^3 3x$

15. إذا كان:  $f(x) = \sin^2(e^x)$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = \sin(e^x) \cdot \cos(e^x)$
- b)  $f'(x) = 2 \sin(e^x) \cdot \cos(e^x)$
- c)  $f'(x) = e^x \sin(e^x) \cdot \cos(e^x)$
- d)  $f'(x) = 2e^x \sin(e^x) \cdot \cos(e^x)$

9. إذا كان:  $f(x) = \cos 4x$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = \sin 4x$
- b)  $f'(x) = -\sin 4x$
- c)  $f'(x) = -4 \sin 4x$
- d)  $f'(x) = 4 \sin x$

10. إذا كان:  $f(x) = 3 \sin(3x + 7)$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = 9 \cos(3x + 7)$
- b)  $f'(x) = 3 \cos(3x + 7)$
- c)  $f'(x) = -9 \cos(3x + 7)$
- d)  $f'(x) = -3 \cos(3x + 7)$

11. إذا كان:  $f(x) = \sin(\ln x)$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = \cos(\ln x)$
- b)  $f'(x) = \frac{\cos(\ln x)}{x}$
- c)  $f'(x) = \frac{\cos(\ln x)}{\ln x}$
- d)  $f'(x) = \frac{-\cos(\ln x)}{x}$

12. إذا كان:  $f(x) = \cos^3 x$ ، فإن  $f'(x)$

- a)  $f'(x) = -3 \cos^2 x \sin x$
- b)  $f'(x) = 3 \cos^2 x \sin x$
- c)  $f'(x) = -3 \cos^2 x$
- d)  $f'(x) = 3 \sin^2 x$

ميل العمودي:

$$\frac{-1}{f'(x_1)} \text{ اشتق } \leftarrow \text{عوض} \leftarrow \text{شقلب} \leftarrow \text{سلب}$$

4 إذا كان:  $f(x) = (\ln x)^3$  فإن ميل العمودي على المماس عندما  $x = e$  يساوي؟

- (a)  $3e$  (b)  $1$   
(c)  $3$  (d)  $\frac{-e}{3}$

### الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل

#### الدرس الأول: المماس و العمودي على المماس

ميل المماس:

$$\text{اشتق و عوض } f'(x_1)$$

1 إذا كان:  $f(x) = \frac{8}{x^2+4}$  فإن ميل المماس عندما  $x = -2$  يساوي؟

- (a)  $\frac{1}{2}$  (b)  $-1$   
(c)  $4$  (d)  $-4$

5 إذا كان:  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x+1}}$  فإن ميل العمودي على المماس عند النقطة  $(4, 1)$  يساوي؟

- (a)  $-9$  (b)  $9$   
(c)  $\frac{1}{9}$  (d)  $\frac{-1}{9}$

2 إذا كان:  $f(x) = \ln(x + e)$  فإن ميل المماس عند النقطة  $(0, 1)$  يساوي؟

- (a)  $-e$  (b)  $\frac{1}{e}$   
(c)  $e$  (d)  $-\frac{1}{e}$

المماس الأفقي أو المماس الموازي:

$$\text{اشتق و ساوي بالصفر } f'(x) = 0$$

6 إذا كان:  $f(x) = x^3 + 6x^2$  فإن قيم  $x$  التي يكون عندها للإقتران  $f(x)$  مماساً أفقياً هي:

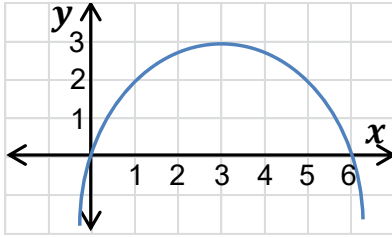
- (a)  $x = \{4\}$  (b)  $x = \{0\}$   
(c)  $x = \{0, -4\}$  (d)  $x = \{0, 4\}$

3 إذا كان:  $f(x) = 3kx^2 + 2x + 1$ ، وكان ميل المماس عندما  $x = 1$  يساوي  $14$  فإن قيمة الثابت  $k$ :

- (a)  $k = 3$  (b)  $k = -2$   
(c)  $k = 2$  (d)  $k = 4$

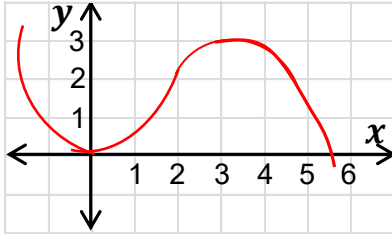
المماس الأفقي والمماس الموازي من الرسم  
"قمة وقاع"

11 معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $f(x)$  ما قيم  $x$  التي يكون عندها للإقتران مماس أفقي؟



- (a) 4 (b) 2  
(c) 3 (d) 5

12 معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران  $f(x)$  ما قيم  $x$  التي يكون عندها للإقتران مماسًا موازيًا للمحور  $x$ ؟



- (a)  $x = \{0, 3\}$  (b)  $x = \{3\}$   
(c)  $x = \{0\}$  (d)  $x = \{4\}$

7 إذا كان:  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$  فإن إحداثي النقاط التي يكون عندها للإقتران  $f(x)$  مماسًا أفقيًا؟

- (a)  $\{(0, -2), (2, 2)\}$  (b)  $\{0, 1), (2, 1)\}$   
(c)  $\{(0, 5), (0, -5)\}$  (d)  $\{(0, -2)\}$

8 إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  فإن قيم  $x$  التي يكون عندها المماس موازيًا للمحور  $x$ ؟

- (a)  $x = \{4\}$  (b)  $x = \{0\}$   
(c)  $x = \{0, 4\}$  (d)  $x = \{0, -4\}$

9 إذا كان:  $f(x) = \sqrt{x}$ ، فما إحداثيات النقطة الواقعة على الاقتران  $f(x)$  والتي يكون عندها ميل المماس يساوي  $\frac{1}{2}$ ؟

- (a) (2, 2) (b) (3, 3)  
(c)  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (d) (1, 1)

10 إذا كان:  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$  فما إحداثيات النقطة الواقعة على الاقتران  $f(x)$  والتي يكون عندها ميل المماس يساوي  $-\frac{1}{4}$ ؟

- (a) (4, -1) (b) (4, 1)  
(c) (2, 1) (d) (2, -1)



16 إذا كان:  $f(x) = \ln(2x - 7)$  فإن ميل العمودي على المماس للإقتران  $f(x)$  عند تقاطعه مع المحور  $x$  يساوي؟

- (a) -2 (b)  $-\frac{1}{2}$   
(c)  $\frac{1}{2}$  (d) 2

تقاطع، يمس، يوازي للإقتران:

$$f(x) = g(x) \leftarrow g(x) \text{ يقطع } f(x)$$

$$f'(x) = g'(x) \leftarrow g(x) \text{ يوازي } f(x)$$

$$f'(x) = g'(x) \leftarrow g(x) \text{ مماسًا لـ } f(x)$$

17 إذا كان:  $f(x) = x^3 - 1$  يقطع الاقتران  $g(x) = 7$  فإن نقطة تقاطع الاقتارين تساوي؟

- (a) (1, 0) (b) (3, 26)  
(c) (2, 7) (d) (0, -1)

ميل المماس و ميل العمودي عندما يقطع الاقتران  $f(x)$  المحاور:

$$\text{يقطع المحور } y \leftarrow x = 0$$

$$\text{يقطع المحور } x \leftarrow y = 0$$

13 إذا كان:  $f(x) = 5e^{2x+1}$  فإن ميل المماس للإقتان عند تقاطعه مع المحور  $y$  يساوي؟

- (a)  $5e$  (b)  $10e$   
(c)  $2e$  (d)  $4e$

14 إذا كان:  $f(x) = \ln(x + 5)$  فإن ميل العمودي على المماس للإقتان عند تقاطعه مع المحور  $y$  يساوي؟

- (a) -5 (b)  $\frac{1}{5}$   
(c)  $-\frac{1}{5}$  (d) 5

15 إذا كان:  $f(x) = x^3 - 8$  فإن ميل المماس للإقتان  $f(x)$  عند تقاطعه مع المحور  $x$  يساوي؟

- (a) -12 (b)  $\frac{1}{12}$   
(c)  $-\frac{1}{12}$  (d) 12

معادلة المماس و العمودي على المماس:

معادلة المماس:

$$(y - f(x_1)) = f'(x_1)(x - x_1)$$

معادلة العمودي على المماس:

$$(y - f(x_1)) = \frac{-1}{f'(x_1)} (x - x_1)$$

21 إذا كان:  $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ ، فجد كلاً مما يلي:

1. معادلة المماس للإقتران  $f(x)$  عندما  $x = 4$ .

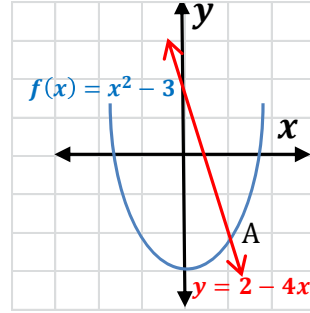
2. معادلة العمودي على المماس للإقتران عندما  $x = 4$ .

22 إذا كان:  $f(x) = \ln(x + e)$  فجد كلاً مما يلي:

1. معادلة المماس للإقتران  $f(x)$  عند النقطة  $(0, 1)$ .

2. معادلة العمودي على المماس للإقتران  $f(x)$  عند النقطة  $(0, 1)$ .

18 معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقترانين  $f(x), y$ ، جد إحداثيات النقطة A؟



- (a)  $(1, -2)$  (b)  $(1, 2)$   
(c)  $(1, -3)$  (d)  $(1, 3)$

19 ما إحداثيات النقطة الواقعة على منحنى الإقتران:  $f(x) = \sqrt{x} - 1$  والتي يكون عندها مماس منحنى الاقتران موازياً للمستقيم  $y = 2x - 1$ ؟

- (a)  $(16, 3)$  (b)  $(\frac{1}{16}, \frac{-3}{4})$   
(c)  $(4, 2)$  (d)  $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

20 إذا كان:  $f(x) = kx^3 + h$  حيث:  $h, k$  ثابتان، فإن قيمة  $k$  التي تجعل المستقيم:  $y = 2x + 5$  مماساً لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند  $x = 1$ ؟

- (a)  $k = 1$  (b)  $k = -1$   
(c)  $k = \frac{3}{2}$  (d)  $k = \frac{2}{3}$

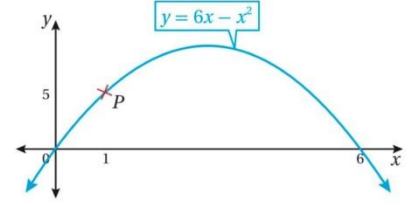
25 إذا كان:  $f(x) = 4e^{2x+1}$ ، فجد كل مما يأتي:

1. معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند نقطة تقاطعه مع المستقيم:  $x = -1$ .

2. معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند نقطة تقاطعه مع المحور  $y$ .

26 جد إحداثي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران:  $f(x) = x^2 - x - 12$ ، التي يكون عندها ميل المماس 3، ثم اكتب معادلة هذا المماس.

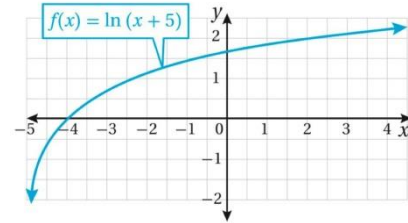
23 يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران:  $y = 6x - x^2$



1. جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة  $P$ .

2. جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة  $P$ .

24 يبين الشكل منحنى الاقتران:  $f(x) = \ln(x + 5)$



1. جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند نقطة تقاطعه مع المحور  $x$ .

2. جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند نقطة تقاطعه مع المحور  $y$ .

27 إذا كان:  $f(x) = 6x - x^2$ ، فجد كل مما يأتي:

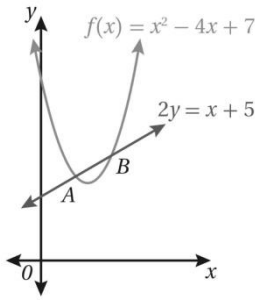
1. معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند كل من النقطة  $(-1, 5)$  و النقطة  $(1, 5)$ .

2. نقطة تقاطع المماسين من الفرع السابق.

28 يبين الشكل منحنى الاقتران:

$$f(x) = x^2 - 4x + 7$$

$$2y = x + 5$$

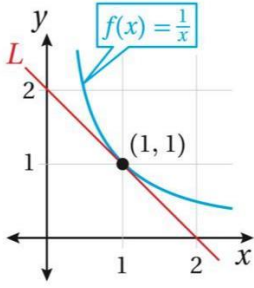


1. جد إحداثي كل من النقطة A و النقطة B.

2. جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عند كل من النقطة A و النقطة B.

31 يبين الشكل المجاور منحنى الاقتران:

$$f(x) = \frac{1}{x}, x > 0$$



1. جد ميل منحنى الاقتران  $f(x)$  عند النقطة  $(1, 1)$ .

2. جد ميل المستقيم  $L$ .

3. ما العلاقة بين منحنى الاقتران  $f(x)$  عند النقطة  $(1, 1)$  و ميل المستقيم  $L$ ؟

29 إذا كان:  $f$  اقتران قابلاً للاشتقاق عندما  $x = 1$ ، و كان  $f(1) = 3$ ،  $f'(1) = 4$ ، فإن معادلة المماس عندما  $x = 1$  هي:

(a)  $(y - 3) = 4(x - 1)$

(b)  $(y - 4) = 3(x - 1)$

(c)  $(y - 1) = 4(x - 3)$

(d)  $(y - 1) = 3(x - 4)$

30 إذا كان  $f$  اقتران قابلاً للاشتقاق عندما  $x = 0$  وكان:  $f(0) = 4$ ،  $f'(0) = 0$ ، فإن معادلة المماس عندما  $x = 0$  هي:

(a)  $y = 0$

(b)  $x = 4$

(c)  $y = 4$

(d)  $x = 0$

امتحان

المماس و العمودي على المماس

1. إذا كان:  $f(x) = (2x + 1)^3$ ، فإن ميل المماس عند  $x = 0$ :

- a) - 6
- b) 6
- c) 3
- d) 4

2. إذا كان:  $f(x) = \sqrt{2x + 3}$ ، فإن ميل المماس عند النقطة  $(3, 9)$ :

- a)  $\frac{1}{3}$
- b) 3
- c)  $-\frac{1}{3}$
- d) - 3

3. إذا كان:  $f(x) = ax^3 - 2x + 1$ ، وكان ميل المماس عند  $x = 1$  يساوي 4، فإن قيمة الثابت  $a$ :

- a) 4
- b) 3
- c) 6
- d) 2

4. إذا كان:  $f(x) = -x^3 + 6x^2$ ، فإن قيم  $x$  التي يكون عندها مماسًا أفقيًا هي:

- a)  $x = \{0\}$
- b)  $x = \{0, 4\}$
- c)  $x = \{4\}$
- d)  $x = \{-4\}$

5. إذا كان:  $y = (1 - x)^2$ ، فإن قيم  $x$  التي يكون عندها ميل المماس يساوي 2 هي:

- a) 2
- b) 0
- c) - 2
- d) - 1

6. ما إحداثي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران:

$$f(x) = \sqrt{x} - 1$$

منحنى الاقتران موازيًا للمستقيم:  $y = 2x - 1$ :

- a)  $(\frac{1}{16}, \frac{-3}{4})$
- b)  $(\frac{1}{4}, \frac{-1}{2})$
- c)  $(\frac{1}{16}, \frac{3}{4})$
- d)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

7. إذا كان:  $f(x) = \ln x^3$ ، فإن ميل العمودي على المماس عند النقطة  $(1, 0)$  هي:

- a) 3
- b)  $\frac{1}{3}$
- c) - 3
- d)  $-\frac{1}{3}$

8. إذا كان:  $y = 4e^{2x+1}$ ، فإن ميل العمودي على المماس عند  $x = 0$ :

- a)  $-\frac{1}{8e}$
- b)  $8e$
- c)  $-8e$
- d)  $\frac{1}{8e}$

13. إذا كان:  $f$  اقتراناً قابلاً للإشتقاق عند  $x = 0$ ، و

كان:  $f(0) = 3$ ،  $f'(0) = 0$ ، فإن معادلة

المماس لمنحنى الاقتران  $f$  عند  $x = 0$ :

- a)  $x = -3$
- b)  $x = 3$
- c)  $y = -3$
- d)  $y = 3$

14. إذا كان الاقتران:  $y = 2x - 4$ ، مماس لمنحنى

الاقتران  $f$  عند  $x = 3$  فإن  $f'(3)$ :

- a) 4
- b) -4
- c) 2
- d) -2

15. إذا كان:  $f(x) = e^{3x}$ ، فإن معادلة العمودي

على المماس عند النقطة  $(0, 1)$  هي:

- a)  $y = 3x + 1$
- b)  $y = -\frac{1}{3}x + 1$
- c)  $y = \frac{1}{3}x + 1$
- d)  $y = -3x + 1$

16. إذا كان:  $f(x) = \ln(x + 5)$ ، فإن معادلة

العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$

عند نقطة تقاطعه مع المحور  $y$ :

- a)  $y = \frac{1}{5}x + \ln 5$
- b)  $y = -\frac{1}{5}x + \ln 5$
- c)  $y = 5x + \ln 5$
- d)  $y = -x + \ln 5$

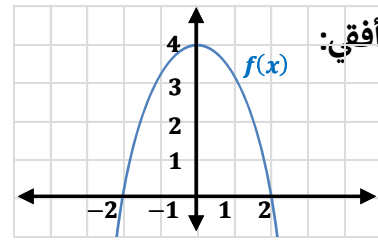
9. ميل المماس لمنحنى الاقتران:  $y = x^2 + 5x$

عندما  $x = 3$  هو:

- a) 24
- b)  $-\frac{5}{2}$
- c) 11
- d) 8

10. معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى

الاقتران  $f(x)$ ، ما قيمة  $x$  التي يكون عندها



- a)  $x = \{0\}$
- b)  $x = \{2\}$
- c)  $x = \{-2\}$
- d)  $x = \{4\}$

11. إذا كان:  $f(x) = \frac{1}{x}$ ، فإن معادلة المماس لمنحنى

الاقتران  $f$  عند  $x = 1$  يساوي:

- a)  $y = -x + 2$
- b)  $y = x$
- c)  $y = -x$
- d)  $y = -x - 2$

12. إذا كان:  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ ، فإن معادلة

المماس عند النقطة  $(2, 12)$  هي:

- a)  $y = 7x + 10$
- b)  $y = 7x - 2$
- c)  $y = 7x + 2$
- d)  $y = 7x - 10$

17. إذا كان:  $y = x^3 - 8$ ، فإن معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$ ، عند نقطة تقاطعه مع المحور  $x$ :

a)  $y = -12(x - 2)$

b)  $y = 12(x - 2)$

c)  $y = x - 24$

d)  $y = x + 24$

18. إذا كان:  $y = x + 5$ ،  $y = 2x + 4$  تمثلان معادلتا مماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$ ، فإن نقطة تقاطع المماسين هما:

a) (1, 7)

b) (1, 0)

c) (1, 6)

d) (0, 1)

19. إذا كان:  $f(x) = x^2 - 6x$ ، فإن قيمة  $x$  التي يكون عندها للاقتران  $f(x)$  مماسًا موازيًا لمحور  $x$ :

a)  $x = \{3\}$

b)  $x = \{2\}$

c)  $x = \{4\}$

d)  $x = \{1\}$

يسقط جميع الأصدقاء .. إلا صديق السوء



ذلك الوغد لا يسقط أبدًا



8.  $f(x) = e^x \sin x$

9.  $f(x) = (x - 1)(2x + 3)$

2 جد المشتقة الثانية لكل مما يلي عند قيمة  $x$   
المعطاة:

1.  $f(x) = 8x^3 - 3x + \frac{4}{x}$  ,  $x = -2$

2.  $f(x) = \frac{1}{2x-4}$  ,  $x = 3$

3.  $f(x) = \frac{4}{\sqrt{4x-2}}$  ,  $x = 2$

4.  $f(x) = 1 - 7x^2$  ,  $x = -3$

## الدرس الثاني:

المشتقة الثانية و السرعة  
المتجهة و التسارع

1 جد المشتقة الثانية لكل من الاقترانات الآتية:

1.  $f(x) = x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \sin x$

2.  $f(x) = \ln x + e^x$

3.  $f(x) = \sin x^2$

4.  $f(x) = x^3 - \frac{5}{x}$

5.  $f(x) = x^3(x + 6)^6$

6.  $f(x) = \frac{x}{x+2}$

7.  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

الموقع  $s(t)$ ، السرعة  $v(t)$ ، التسارع  $a(t)$

$a(t)$  اشتق  $v(t)$  اشتق  $s(t)$

3 إذا كان:  $f(x) = ax^4 - 3x^2$ ، وكانت:  
 $f''(2) = 42$  فجد قيمة  $a$ ؟

5 يمثل الاقتران:  $s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t, t \geq 0$   
موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$   
الموقع بالامتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

1. ما سرعة الجسم المتجهة عندما  $t = 2$ ؟

2. في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 2$ ؟

3. ما تسارع الجسم عندما  $t = 2$ ؟

4. جد قيم  $t$  التي يكون عندها الجسم في حالة  
سكون لحظي.

4 إذا كان:  $f(x) = px^3 - 3px^2 + x - 4$ ، و  
كان:  $f''(2) = -1$  فجد قيمة الثابت  $p$ .

7 يمكن نمذجة موقع أسد جبال يطارده فريسته على أرض مستوية متحركاً في خط مستقيم باستعمال الاقتران:  $s(t) = t^3 - 15t^2 + 63t$ ، حيث  $t$  الزمن بالثواني، و  $s$  الموقع بالأمتار:

1. ما سرعة أسد الجبال المتجهة بعد 4 ثوانٍ من بدء حركته؟

2. ما تسارع أسد الجبال بعد 4 ثوانٍ من بدء حركته؟

3. جد قيم  $t$  التي يكون عندها أسد الجبال في حالة سكون لحظي؟

6 يمثل الاقتران:  $s(t) = 3t^2 - t^3, t \geq 0$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالامتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

1. ما سرعة الجسم المتجهة عندما  $t = 3$ ؟

2. في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 3$ ؟

3. ما تسارع الجسم عندما  $t = 3$ ؟

4. جد قيم  $t$  التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي.

8 يمثل الاقتران:  $s(t) = (t - 3)^3, t \geq 0$  موقع

جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالامتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

1. ما سرعة الجسم المتجهة عندما  $t = 5$ ؟

2. في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 5$ ؟

3. ما تسارع الجسم عندما  $t = 5$ ؟

4. جد قيم  $t$  التي يكون عندها الجسم في حالة سكون.

9 يمثل الاقتران:

$s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t - 7, t \geq 0$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالامتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

1. ما سرعة الجسم المتجهة عندما  $t = 1$ ؟

2. في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 1$ ؟

3. ما تسارع الجسم عندما  $t = 1$ ؟

4. جد قيم  $t$  التي يكون عندها الجسم في حالة سكون.

10 إذا كان:  $s(t) = t^2 - 5t + 1$  يمثل اقتران الموقع، في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 1$ .

- (a) يمين (b) يسار  
(c) ساكن (d) لا شيء

15 إذا كان:  $s(t) = t^2 - 8t + 1$ ، يمثل اقتران الموقع لجسم يتحرك في مسار مستقيم، جد قيمة  $t$  التي تجعل سرعة الجسم تساوي صفر.

11 إذا كان:  $s(t) = t^3 - t^2 + 2$  يمثل اقتران الموقع، لجسم يتحرك في مسار مستقيم، في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما  $t = 0$ .

- (a) يمين (b) يسار  
(c) ساكن (d) لا شيء

16 إذا كان:  $s(t) = t^3 - 3t^2$  يمثل اقتران الموقع لجسم يتحرك في مسار مستقيم، جد قيم  $t$  التي تجعل تسارع الجسم يساوي صفرًا.

12 يمثل الاقتران:  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 12t$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمطار و  $t$  الزمن بالثواني، في أي اتجاه يحرك الجسم عندما  $t = 2$ ؟

17 إذا مثل الاقتران:  $s(t) = t^3 - 12t - 9, t \geq 0$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمطار، و  $t$  الزمن بالثواني، فما سرعة الجسم عندما يكون تسارعه صفرًا (ينعدم التسارع).

يمثل الاقتران:  $s(t) = 2 + 7t - t^2, t \geq 0$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمطار، و  $t$  الزمن بالثواني:

13 اللحظة التي تكون فيها حركة الجسم في الاتجاه السالب هي:

- (a)  $t = 1$  (b)  $t = 2$   
(c)  $t = 3.5$  (d)  $t = 4$

14 اللحظة التي يكون فيها الجسم في حالة سكون لحظي هي:

- (a)  $t = 1$  (b)  $t = 2$   
(c)  $t = 3.5$  (d)  $t = 4$

20 إذا كان:  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{(5-3x^2)^6}$ ، فاثبت أن:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{5+33x^2}{(5-3x^2)^7}$$

18 إذا مثل الاقتران:  $s(t) = 2t^3 - 24t - 10, t \geq 0$

موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$   
الموقع بالأمتار و  $t$  الزمن بالثواني، فما تسارع الجسم  
عندما تكون سرعته تساوي صفراً (تنعدم سرعته)

19 يمكن نمذجة موقع شخص يقود دراجة في مسار  
مستقيم باستعمال الاقتران:

$$s(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t$$

حيث  $s$  الموقع  
بالامتار، و  $t$  الزمن بالثواني:

1. ما سرعة الشخص المتجهة بعد 3 ثوانٍ من بدء  
حركته؟

2. ما تسارع الشخص بعد 3 ثوانٍ من بدء حركته؟

3. جد قيم  $t$  التي يكون عندها الشخص في حالة  
سكون لحظي.

21 يمكن نمذجة موقع دراجة نارية تتحرك في مسار  
مستقيم باستعمال الاقتران:  $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 15t$   
حيث  $t$  الزمن بالثواني، و  $s$  الموقع بالأمتار. جد الزمن  
 $t$  الذي تكون فيه السرعة المتجهة للدراجة  $15m/s$ .

امتحان

المشتقة الثانية، و السرعة المتجهة و التسارع

1. إذا كان:  $f(x) = 3e^x$ ، فإن  $f''(x)$ :

- a)  $3e^x$
- b) 3
- c)  $e^x$
- d) 1

2. إذا كان:  $f(x) = \ln(x + e)$ ، فإن  $f''(0)$ :

- a) 1
- b)  $e$
- c)  $\frac{1}{e}$
- d)  $-e$

3. إذا كان:  $y = \sin x + \cos x$ ، فإن  $\frac{d^2y}{dx^2}$ :

- a)  $\sin x + \cos x$
- b)  $-\sin x - \cos x$
- c)  $\sin x - \cos x$
- d)  $\cos x - \sin x$

4. إذا كان:  $f(x) = \sin x^2$ ، فإن  $f''(x)$ :

- a)  $2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2$
- b)  $2 \cos x^2 + 4x^2 \sin x^2$
- c)  $2 \sin x^2 - 4x^2 \cos x^2$
- d)  $2x \cos x^2$

5. إذا كان:  $f(x) = px^3 - 3px^2 + x - 4$ ، و

كانت  $f''(2) = -1$ ، فإن قيمة الثابت  $p$ :

- a) 6
- b) -6
- c)  $-\frac{1}{6}$
- d)  $\frac{1}{6}$

6. إذا كان:  $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ، فإن  $f''(x)$ :

- a)  $1 + \frac{1}{x^2}$
- b)  $1 - \frac{1}{x^2}$
- c)  $\frac{2}{x^3}$
- d)  $-\frac{2}{x^3}$

7. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^5 - 20t^2, t \geq 0$

موقع جسم يتحرك على خط مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، ما سرعة الجسم المتجهة عندما  $t = 3$ :

- a) 405 m/s
- b) 285 m/s
- c) 120 m/s
- d) 625 m/s

8. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^5 - 20t^2, t \geq 0$

موقع جسم يتحرك على خط مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، ما تسارع الجسم عندما  $t = 1$ :

- a)  $-20 \text{ m/s}^2$
- b)  $20 \text{ m/s}^2$
- c)  $40 \text{ m/s}^2$
- d)  $-40 \text{ m/s}^2$

13. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^2 - 2t$ ، موقع جسم

يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$  الموقع  
بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فإن اللحظة التي  
يتحرك فيها الجسم بالاتجاه السالب هي:

- a)  $t = \{1\}$
- b)  $t = \{2\}$
- c)  $t = \{3\}$
- d)  $t = \{0\}$

14. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^2 - 2t$ ، موقع جسم

يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$  الموقع  
بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فإن اللحظة التي  
يكون فيها الجسم في حالة سكون لحظي هي:

- a)  $t = \{1\}$
- b)  $t = \{2\}$
- c)  $t = \{3\}$
- d)  $t = \{0\}$

15. يمثل الاقتران:  $s(t) = (t - 3)^2$ ، موقع جسم

يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$  الموقع  
بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فإن اللحظة التي  
يتحرك فيها الجسم في الاتجاه الموجب هي:

- a)  $t = \{4\}$
- b)  $t = \{3\}$
- c)  $t = \{2\}$
- d)  $t = \{1\}$

9. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^5 - 20t^2, t \geq 0$ ،

موقع جسم يتحرك على خط مستقيم، حيث  $s$   
الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، في أي اتجاه  
يتحرك الجسم عندما  $t = 3$ :

- a) اتجاه اليمين
- b) اتجاه اليسار
- c) اتجاه الأعلى
- d) ساكن

10. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^5 - 20t^2, t \geq 0$ ،

موقع جسم يتحرك على خط مستقيم، حيث  $s$   
الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، ما قيم  $t$  التي  
تجعل الجسم في حالة سكون لحظي:

- a)  $t = 0$
- b)  $t = 2$
- c)  $t = \{0, 2\}$
- d)  $t = 8$

11. يمثل الاقتران:  $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + 15t$ ، مسار

دراجة حيث  $s$  موقع الدراجة بالأمتار، و  $t$  الزمن  
بالثواني، فما الزمن  $t$  التي تكون فيه السرعة  
المتجهة للدراجة  $15 \text{ m/s}$ :

- a)  $t = 1$
- b)  $t = 15$
- c)  $t = 30$
- d)  $t = 0$

12. يمثل الاقتران:  $s(t) = t^3 - 4t^2 + 5t$ ،

موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$   
الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فما قيم  $t$  التي  
يكون فيها الجسم في حالة سكون لحظي؟

- a)  $t = \{1\}$
- b)  $t = \{\frac{5}{3}, 1\}$
- c)  $t = \{\frac{5}{3}\}$
- d)  $t = \{0\}$



16. إذا مثل الاقتران:  $s(t) = 2t^3 - 24t - 10$

حيث  $t \geq 0$  , موقع جسم يتحرك في مسار  
مستقيم حيث  $s$  الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن  
بالثواني، فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته  
صفرًا؟

a)  $- 24 \text{ m/s}^2$

b)  $24 \text{ m/s}^2$

c)  $48 \text{ m/s}^2$

d)  $- 48 \text{ m/s}^2$

17. إذا مثل الاقتران:  $s(t) = t^3 - 12t - 9$

موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$   
الموقع بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فما سرعة  
الجسم عندما يكون تسارعه صفرًا؟


a)  $- 12 \text{ m/s}$

b)  $12 \text{ m/s}$

c)  $6 \text{ m/s}$

d)  $- 6 \text{ m/s}$

عندما تُغلق جميع الأبواب في وجهك

أغلق أيضًا النوافذ... و نام 

### الدرس الثالث:

#### تطبيقات القيم القصوى

#### تطبيقات اقتصادية:

الربح  $P(x) \leftarrow$  الربح الحدي  $P'(x)$

الإيراد  $R(x) \leftarrow$  الإيراد الحدي  $R'(x)$

التكلفة  $C(x) \leftarrow$  التكلفة الحدية  $C'(x)$

العلاقة التي تربط بين الربح و الإيراد و التكلفة:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

التكلفة - الإيراد = الربح

1 إذا كان الاقتران:  $P(x) = x^2 - 5x + 1$  يمثل اقتران الربح حيث  $x$  تمثل عدد القطع المباعة من منتج ما، فإن الربح الحدي يساوي:

(a)  $P'(x) = x^2 - 5$

(b)  $P'(x) = 2x + 1$

(c)  $P'(x) = 2x - 5$

(d)  $P'(x) = 2x - 1$

2 إذا كان الاقتران:  $P(x) = 2x^3 + 6x$  يمثل اقتران الربح، حيث  $x$  تمثل عدد القطع المباعة من منتج ما، فإن الربح الحدي الناتج من بيع 3 قطع يساوي:

(a) 60

(b) 54

(c) 50

(d) 44

3 إذا كان الاقتران:  $R(x) = 7x^2 - 1$  يمثل اقتران الإيراد لبيع  $x$  حاسوبًا من منتج معين، حيث  $x$  عدد الأجهزة المباعة، فإن الإيراد الحدي الناتج من 5 أجهزة يساوي:

(a) 60

(b) 70

(c) 50

(d) 40

4 إذا كان الاقتران:  $C(x) = 0.2x^2 + 6$  يمثل اقتران تكلفة انتاج  $x$  قطعة من منتج معين، فإن التكلفة الحدية من بيع 4 قطع يساوي:

(a) 16

(b) 0.16

(c) 0.016

(d) 1.6

عندما يكون الإيراد مجهول و يعطيك في السؤال سعر القطعة الواحدة:

$$R(x) = x \cdot S(x)$$

سعر القطعة  $x$  = الإيراد

7 وجد خير تسوق أنه لبيع  $x$  ثلاجة من نوع جديد فإن اقتران الإيراد هو:  $R(x) = 1750x - 2x^2$ ، حيث:  $x$  عدد الأجهزة المباعة. إذا كانت تكلفة إنتاج  $x$  قطعة من هذه الأجهزة يساوي:  $C(x) = 2250 + 18x$ ، فإن أي من الآتية يمثل اقتران الربح؟

- (a)  $P(x) = -2x^2 + 1768x - 2250$
- (b)  $P(x) = -x^2 + 1768x - 2250$
- (c)  $P(x) = -2x^2 + 1732x - 2250$
- (d)  $P(x) = -x^2 + 1732x - 2250$

8 يمثل الاقتران:  $S(x) = 150 - 0.5x$  سعر البدلة الرجالية الذي حددته شركة لإنتاج الملابس، حيث  $x$  عدد البدلات المباعة، و يمثل الاقتران:  $C(x) = 4000 + 0.25x^2$  تكلفة إنتاج  $x$  بدلة، فإن اقتران الربح الحدي هو:

- (a)  $P'(x) = 150 + x$
- (b)  $P'(x) = 150 + \frac{3}{2}x$
- (c)  $P'(x) = 150 - x$
- (d)  $P'(x) = 150 - \frac{3}{2}x$

9 إذا كان  $R(x)$  يمثل الإيراد لمنتج ما و  $C(x)$  يمثل التكلفة، فإن اقتران الربح الحدي لبيع  $x$  قطعة من منتج معين يساوي:

- (a)  $P'(x) = R'(x) - C'(x)$
- (b)  $P'(x) = R'(x) + C'(x)$
- (c)  $P'(x) = C'(x) - R'(x)$
- (d)  $P'(x) = R'(x) \cdot C'(x)$

5 يمثل الاقتران:  $P(x) = 500 - 0.002x$  سعر منتج لإحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع المنتجة فإن الاقتران الذي يمثل اقتران الإيراد هو:

- (a)  $R(x) = 500x + 0.002x^2$
- (b)  $R(x) = 500x - 0.002x^2$
- (c)  $R(x) = 500 - 0.002x^2$
- (d)  $R(x) = 500 + 0.002x^2$

6 وجد خير تسوق أنه لبيع  $x$  تلفون من نوع جديد فإن سعر التلفون الواحد بالدينار يجب أن يكون:  $S(x) = 1000 - x$  حيث  $x$  عدد الأجهزة المباعة فإن الإيراد الحدي الناتج من بيع  $x$  جهاز جديد؟

- (a)  $R'(x) = 1000 - 2x$
- (b)  $R'(x) = 1000 - x$
- (c)  $R'(x) = 1000x - x^2$
- (d)  $R'(x) = 1000 + 2x$

عندما يكون الربح مجهول و يعطيك السؤال الإيراد و التكلفة، فإن:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

التكلفة - الإيراد = الربح

13 إذا كان:  $f(x) = x^2 - kx + 1$  ، وكان للاقتان  $f(x)$  قيمة حرجة عند  $x = 1$  ، فإن قيمة الثابت  $k$  تساوي:

- (a)  $k = 2$  (b)  $k = -2$   
(c)  $k = 1$  (d)  $k = -1$

10 إذا كان  $R(x)$  يمثل اقتران الإيراد لمنتج ما، و  $C(x)$  يمثل اقتران التكلفة لهذا المنتج. إذا كان الإيراد يساوي 3 أمثال التكلفة فإن أي من الآتية يمثل اقتران الربح الحدي؟

- (a)  $P'(x) = 2R'(x)$  (b)  $P'(x) = 4R'(x)$   
(c)  $P'(x) = 2C'(x)$  (d)  $P'(x) = 4C'(x)$

القيم القصوى (عظمى محلية، صغرى محلية)  
(باستخدام المشتقة الثانية)

(1) طلع القيم الحرجة  
(2) اشتق المشتقة الثانية  
(3) عوض القيم الحرجة

أصغر من صفر  
عظمى محلية

أكبر من صفر  
صغرى محلية

بس؟؟

آآة بس!!!

اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية

القيم الحرجة:

اشتق و ساوي بالصفر:  $f'(x) = 0$

11 إذا كان:  $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$  فإن قيم  $x$  الحرجة هي:

- (a)  $x = \{2\}$  (b)  $x = \{4\}$   
(c)  $x = \{-4\}$  (d)  $x = \{-1\}$

12 إذا كان:  $f(x) = x^3(x - 2)$  فإن قيم  $x$  الحرجة هي:

- (a)  $x = \{0, \frac{-3}{2}\}$  (b)  $x = \{0, \frac{3}{2}\}$   
(c)  $x = \{0, 3\}$  (d)  $x = \{0, -3\}$

16 إذا كان:  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 2$ ، فاستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للاقتزان  $f(x)$ .

14 إذا كان:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ، فاستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للاقتزان  $f$ .

17 قيمة  $x$  التي يكون عندها قيمة صغرى محلية للاقتزان:  $f(x) = x^4 - 32x$  هي:

- (a) 2 (b) -2  
(c) 1 (d) -1

15 إذا كان:  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 5$ ، فاستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للاقتزان  $f$ .

18 القيمة الصغرى المحلية للإقتزان:  $f(x) = x^2 - 2x + 5$  هي:

- (a) 1 (b) 4  
(c) 5 (d) -1

21 وجدت خبيرة تسويق أنه لبيع  $x$  ثلاجة من نوع جديد، فإن سعر الثلاجة الواحدة (بالدينار) يجب أن يكون:  $s(x) = 1750 - 2x$ ، حيث  $x$  عدد الأجهزة المباعة. إذا كانت تكلفة إنتاج  $x$  من هذه الأجهزة تعطى بالاقتران:  $C(x) = 2250 + 18x$ ، فجد عدد الأجهزة التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن.

19 قيمة  $x$  التي يكون عندها قيمة عظمى محلية للاقتران:  $f(x) = (3x - 2)^3 - 9x$  هي:

- (a) -116 (b)  $\frac{1}{3}$   
(c) -1 (d) -8

عند ذكر كلمة أكبر ما يمكن أو أصغر ما يمكن في أي سؤال استخدم اختبار المشتقة الثانية.

22 يمثل الاقتران:  $P(x) = 500 - 0.002x$  سعر منتج لإحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع المنتجة. ويمثل الاقتران:  $C(x) = 300 + 1.10x$  تكلفة إنتاج  $x$  قطعة:

20 وجد خبير تسويق أنه لبيع  $x$  حاسوبًا من نوع جديد، فإن سعر الحاسوب الواحد (بالدينار) يجب أن يكون:  $s(x) = 1000 - x$ ، حيث  $x$  عدد الأجهزة المباعة. إذا كانت تكلفة إنتاج  $x$  من هذه الأجهزة تعطى بالاقتران:  $C(x) = 3000 + 20x$ ، فجد عدد الأجهزة التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن.

1. جد اقتران الإيراد.

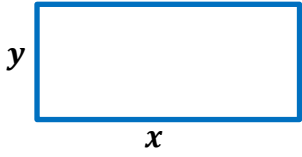
2. جد اقتران الربح.

3. جد عدد القطع اللازم بيعها من المنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن، ثم جد أكبر ربح ممكن.

4. جد سعر الوحدة الواحدة من المنتج الذي يحقق أكبر ربح ممكن.

## "قوانين"

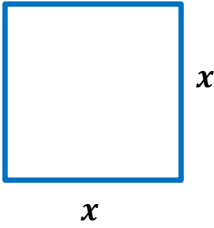
المستطيل:



المساحة:  $A = x \cdot y$

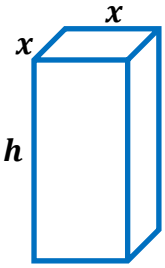
المحيط:  $P = 2x + 2y$

المربع:



المساحة:  $A = x^2$

المحيط:  $P = 4x$



متوازي المستطيلات (قاعدته مربعة)

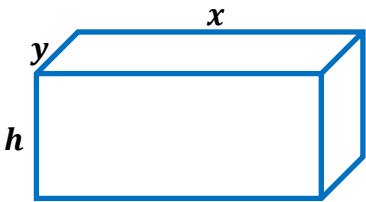
المساحة الكلية:  $A = 2x^2 + 4xh$

الحجم:  $V = x^2 \cdot h$

متوازي المستطيلات (قاعدته مستطيل):

المساحة الكلية:  $A = 2xh + 2yh + 2xy$

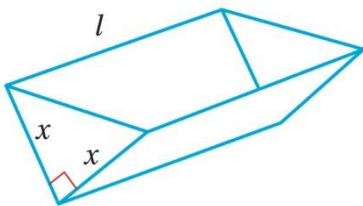
الحجم:  $V = y x h$



منشور ثلاثي (مفتوح من الأعلى):

مساحته الجانبية:  $A = 2xl + x^2$

الحجم:  $V = \frac{1}{2} x^2 \cdot h$



23 يمثل الاقتران:  $s(x) = 150 - 0.5x$  سعر

البدلة الرجالية الذي حدّته شركة لإنتاج الملابس،

حيث  $x$  عدد البدلات المباعة. و يمثل الاقتران:

$C(x) = 4000 + 0.25x^2$  تكلفة إنتاج  $x$  بدلة:

1. جد اقتران الإيراد.

2. جد اقتران الربح.

3. جد عدد القطع  $x$  الذي يتساوى عندها الإيراد

الحدي مع التكلفة الحدية.

4. جد عدد البدلات اللازم بيعها لتحقيق أكبر ربح

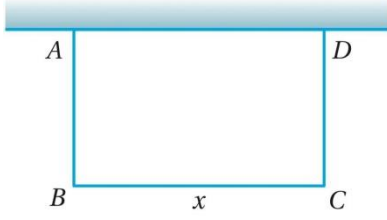
ممکن، ثم جد أكبر ربح ممکن.

5. جد سعر البدلة الواحدة الذي يحقق أكبر ربح

ممکن.

24 بني نجار سقفًا خشبيًا لحظيرة حيوانات، وكان السقف على شكل مستطيل محيطه  $54m$ ، جد أكبر مساحة ممكنة لسطح الحظيرة؟

26 يمثل الشكل المجاور مخططًا لحديقة منزلية على شكل مستطيل أنشئت مقابل جدار. إذا كان محيط الحديقة من دون الجدار  $300 m$ ، فجد كلاً مما يأتي:



1. المقدار الجبري الذي يمثل طول الضلع  $AB$  بدلالة  $x$ .

2. اقتران مساحة الحديقة بدلالة  $x$ .

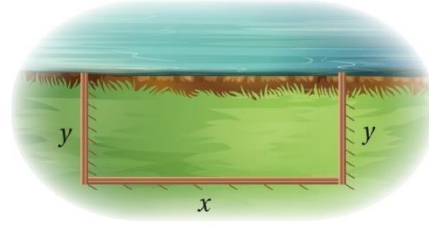
3. بعدي الحديقة اللذين يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن.

25 اشترى مزارع سياجًا طوله  $800 m$  لتسييج حقل مستطيل الشكل من مزرعته، وكان هذا الحقل مقابلًا لطريق زراعي محاط به سياج من قبل. جد أكبر مساحة ممكنة للحقل يمكن للمزارع أن يحيط السياج بها.



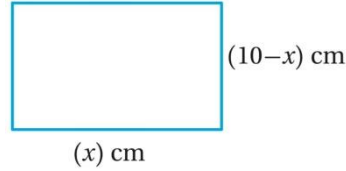
29 أراد مصنع إنتاج علب من الكرتون على شكل متوازي مستطيلات مغلق، بحيث يكون حجم كل منها  $1000 \text{ cm}^3$ ، وقاعدتها مربعة الشكل. جد أبعاد العلبة الواحدة التي تجعل كمية الكرتون المستعملة لصنعها أقل ما يمكن.

27 خطّط مزارع لتسييج حظيرة مستطيلة الشكل قرب نهر كما في الشكل التالي، وحدّد مساحة الحظيرة بـ  $245000 \text{ m}^2$ ، لتوفير كمية عشب كافية لأغنامه. جد أبعاد الحظيرة التي تجعل طول السياج أقل ما يمكن، علمًا بأن الجزء المقابل للنهر لا يحتاج إلى تسييج.

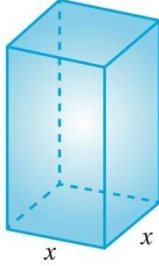


30 أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات معدنية على شكل متوازي مستطيلات مغلق، بحيث يكون حجم كل منها  $2 \text{ m}^3$ ، وقاعدته مربعة الشكل. جد أبعاد الخزان الواحد التي تجعل كمية المعدن المستعملة لصنعها أقل ما يمكن.

28 سلك طوله  $20 \text{ m}$ . إذا أريد ثني السلك ليحيط بالمستطيل التالي، فجد أكبر مساحة مغلقة يمكن إحاطة السلك بها.



**33** يبين الشكل الآتي صندوقاً على شكل متوازي مستطيلات. إذا كانت قاعدة الصندوق مربعة الشكل، و طول ضلع القاعدة  $x$  cm ، و مجموع أطوال أحرفه  $144$  cm ، فجد كلاً مما يلي:



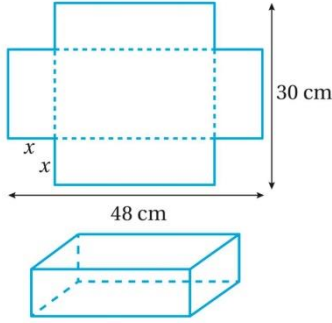
1. الاقتران الذي يمثل حجم الصندوق بدلالة  $x$ .

2. قيمة  $x$  التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن.

**31** لدى حدّاد صفيحة معدنية مساحتها  $36 m^2$ . أراد الحدّاد أن يصنع منها خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات مغلق، و أن تكون قاعدة الخزان مربعة الشكل. جد أبعاد الخزان التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

**32** لدى حدّاد صفيحة معدنية مساحتها  $54 m^2$ . أراد الحدّاد أن يصنع منها خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات مغلق، و أن يكون الخزان مفتوحاً من الأعلى، جد أبعاد الخزان التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

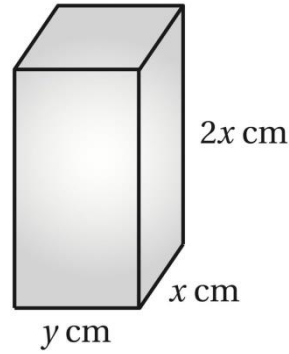
**35** قطعة ورق مستطيلة الشكل، طولها  $48\text{ cm}$ ، و عرضها  $30\text{ cm}$ . قُصَّ من زوايا القطعة مربعات متطابقة، طول ضلع كل منها  $x\text{ cm}$  كما في الشكل الآتي، ثم ثنيت لتشكيل علبة:



**1.** جد الاقتران الذي يمثل حجم العلبة بدلالة  $x$ .

**2.** جد قيمة  $x$  التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن.

**34** يبين الشكل المجاور قالبًا يستعمل لصنع لبنات البناء، و تبلغ مساحة سطحه الكلية  $600\text{ cm}^2$ :

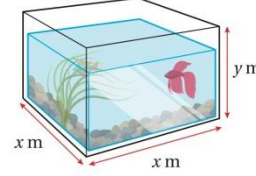


**1.** جد الاقتران الذي يمثل حجم القالب بدلالة  $x$ .

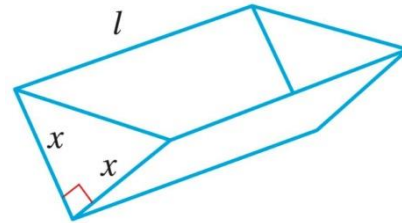
**2.** جد قيمة  $x$  التي تجعل حجم القالب أكبر ما يمكن.

38 أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات من الفولاذ الرقيق المقاوم للصدأ على شكل متوازي مستطيلات، بحيث يكون كل منها مفتوحاً من الأعلى، و حجمه  $500 m^3$ ، وقاعدته مربعة الشكل. جد الأبعاد التي تجعل مساحة سطح الخزان أقل ما يمكن.

36 أرادت إسراء تصميم حوض أسماك زجاجي مفتوح من الأعلى، بحيث تكون سعته  $0.2 m^3$ ، وأبعاده كما في الشكل المجاور. جد أبعاد الحوض التي تجعل كمية الزجاج المستعملة لصنعه أقل ما يمكن.



37 قالب لصنع الكعك على شكل منشور ثلاثي، قاعدته على شكل مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور. إذا كان حجم القالب  $1000 cm^3$ ، فجد أبعاده التي تجعل المواد المستعملة لصنعه أقل ما يمكن.



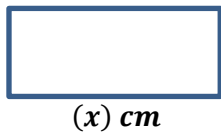
4. قيمة  $x$  التي يكون عندها قيمة صغرى محلية للاقتران:  $f(x) = x^4 - 32x$  هي:

- a) 2
- b) -2
- c) 1
- d) -1

5. إذا مُثل اقتران مساحة مستطيل بالعلاقة:  $A(x) = 800x - 2x^2$  فإن قيمة  $x$  التي يكون عندها للمستطيل أكبر مساحة ممكنة هي:

- a) -4
- b) 200
- c) 20
- d) 2

6. سلك طوله  $20\text{ cm}$  إذا أردنا ثني السلك ليحيط بالمستطيل التالي، فإن أكبر مساحة مغلقة يمكن إحاطة المستطيل بها:



- a) 50
- b) 5
- c) 125
- d) 25

امتحان

تطبيقات القيم القصوى

1. إذا كان:  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ، فإن قيمة  $x$  الحرجة هي:

- a)  $x = 2$
- b)  $x = -2$
- c)  $x = 3$
- d)  $x = -3$

2. إذا كان:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ، فإن قيمة  $x$  التي يكون عندها قيمة عظمى محلية للاقتران  $f(x)$  هي:

- a) 1
- b) -2
- c) 20
- d) -7

3. إذا كان:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ، فإن القيمة العظمى المحلية للاقتران  $f(x)$  هي:

- a) 1
- b) -2
- c) 20
- d) -7

10. إذا كان:  $C(x) = 4x^2 + 3$ ، يمثل اقتران التكلفة لبيع  $x$  جهاز من أجهزة الحاسوب، فإن التكلفة الحدية الناتجة من بيع 10 أجهزة يساوي:

- a) 8
- b) 80
- c) 800
- d) 8000

7. إراد مصنع إنتاج علب كرتون على شكل متوازي مستطيلات مغلق، بحيث يكون حجم كل منها  $1000 \text{ cm}^3$ ، وقاعدتها مربعة الشكل، فإن أبعاد العلبة الواحدة التي تجعل كمية الكرتون المستخدمة أقل ما يمكن.  
(ملاحظة:  $h$  تمثل الارتفاع، و  $x$  تمثل طول ضلع القاعدة)

- a)  $x = 30, h = 30$
- b)  $x = 10, h = 10$
- c)  $x = 5, h = 5$
- d)  $x = 20, h = 20$

11. إذا كان:  $P(x) = x^2 + 4x + 1$ ، يمثل اقتران الربح لبيع  $x$  ثلاثة لمحل أجهزة كهربائية، فإن الربح الحدي عندما  $x = 3$ :

- a) 100
- b) 1000
- c) 10
- d) 10000

8. إذا كان:  $P(x) = R(x) - C(x)$ ، اقتران الربح لبيع  $x$  سلعة من منتج معين حيث  $R(x)$  يمثل اقتران الإيراد،  $C(x)$  يمثل اقتران التكلفة، فإن الربح الحدي  $P'(x)$  يساوي:

- a)  $R'(x) - C'(x)$
- b)  $C'(x) - R'(x)$
- c)  $R'(x)$
- d)  $C'(x)$

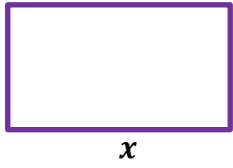
12. وجد خبير تسويق أنه لبيع  $x$  حاسوبًا من نوع جديد فإن سعر الحاسوب الواحد (بالدينار) يجب أن يكون:  $S(x) = 1000 - x$  حيث  $x$  عدد الأجهزة المباعة. إذا كانت تكلفة إنتاج  $x$  من هذه الأجهزة تعطى بالاقتران:  $C(x) = 3000 + 20x$  فإن عدد الأجهزة التي يجب إنتاجها وبيعها أسبوعيًا لتحقيق أكبر ربح ممكن:

- a) 49
- b) 49000
- c) 490
- d) 4900

9. إذا كان:  $R(x) = x^2 + 5x$ ، يمثل اقتران الإيراد لبيع  $x$  سلعة من منتج معين، فإن الإيراد الحدي يساوي:

- a)  $x^2 + 5$
- b)  $2x + 5$
- c)  $2x$
- d) 5

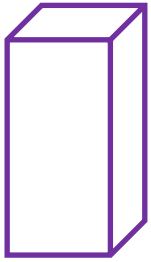
"قوانين تطبيقات القيم القصوى"



1. المستطيل:

المساحة:  $A = x y$

المحيط:  $P = 2x + 2y$



2. متوازي المستطيلات (قاعدته مربعة)

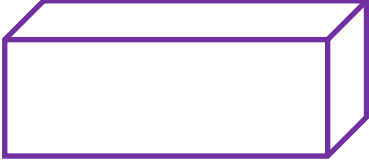
المساحة الكلية:  $A = 2x^2 + 4xh$

الحجم:  $V = x^2 \cdot h$

3. متوازي السطوانات (قاعدته مستطيل):

المساحة الكلية:  $A = 2xh + 2yh + 2xy$

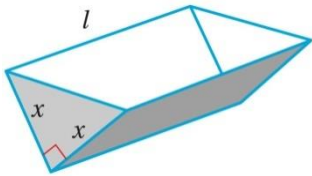
الحجم:  $V = y x h$



4. منشور ثلاثي (مفتوح من الأعلى):

المساحة الجانبية:  $A = 2xl + x^2$

الحجم:  $V = \frac{1}{2} x^2 \cdot h$



13. إذا كان  $R(x)$  يمثل اقتران الإيراد لمنتج ما، و

$C(x)$  يمثل اقتران التكلفة لهذا المنتج. إذا كان

الإيراد يساوي 3 أمثال التكلفة فإن أي من الآتية

يمثل اقتران الربح الحدي؟

a)  $P'(x) = 2R'(x)$

b)  $P'(x) = 4R'(x)$

c)  $P'(x) = 2C'(x)$

d)  $P'(x) = 4C'(x)$

6.  $xy + y^2 = 4 \cos x$

7.  $x^2 + 2y - y^2 = 5$

8.  $2xy - 3y = y^2 - 7x$

9.  $y^5 = x^3$

10.  $\sqrt{x} + \sin y = 16$

11.  $\cos x + \ln y = 11$

الدرس الرابع:  
الاشتقاق الضمني  
و المعدلات المرتبطة

1 جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يلي:

1.  $2x + 3y^2 = 1$

2.  $y^3 - \sin x = 4y^2$

3.  $xy - 2y = 3e^x$

4.  $x^2 + y^2 = 2$

5.  $5y^2 - 2e^x = 4y$



2 جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يلي عند النقطة المعطاة:

1.  $3x^3 - y^2 = 8$  ,  $(2, 4)$

2.  $y^2 = \ln x$  ,  $(e, 1)$

3.  $(y - 3)^2 = 4x - 20$  ,  $(6, 1)$

4.  $x^2 y - 2x^3 - y^3 + 1 = 0$  ,  $(2, -3)$

12.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 9$

13.  $x^2 y^3 + y = 11$

14.  $e^x y = x e^y$

15.  $y \ln x = 1 + x$

16.  $y + y^3 = \sin x - x^2$

5 إذا كان:  $x^2y = 8 - 4y$ ، فجد كلاً مما يأتي:  
1. ميل المماس عند النقطة  $(2, 1)$ .

2. معادلة المماس عند  $(2, 1)$ .

3 إذا كان:  $y^2 + xy + x^2 = 7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

1. ميل المماس عند النقطة  $(3, -2)$ .

2. معادلة المماس عند النقطة  $(3, -2)$ .

6 إذا كان:  $x^2 + 4xy + y^2 = 25$ ، فجد كلاً مما يأتي:  
1. ميل المماس عند النقطة  $(0, 5)$ .

2. معادلة المماس عند النقطة  $(0, 5)$ .

3. معادلة العمودي على المماس عند النقطة  $(3, -2)$ .

4 إذا كان:  $y^2 - x^2 = 16$ ، فجد كلاً مما يأتي:  
1. ميل المماس عند النقطة  $(3, 5)$ .

2. معادلة المماس عند النقطة  $(3, 5)$ .

7 إذا كان:  $y^2 - x^2 = 1$ ، فإن ميل المماس لمنحني العلاقة عند النقطة  $(1, \sqrt{2})$  هو:

(a)  $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b)  $-\sqrt{2}$

(c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(d)  $\sqrt{2}$

8 ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة:  
 $3x - 2y + 12 = 0$  هو:

- (a) 6 (b) 3  
(c)  $\frac{3}{2}$  (d)  $-\frac{2}{3}$

9 عند رمي حجر في مسطح مائي، تتكون موجات دائرية متحدة المركز. إذا كان نصف قطر دائرة يزداد بمعدل  $8 \text{ cm/s}$ ، فجد معدل تغير مساحة هذه الدائرة عندما يكون نصف قطرها  $10 \text{ cm}$ . علمًا بأن العلاقة التي تربط بين مساحة الدائرة ( $A$ ) و نصف قطرها ( $r$ ) هي:  $A = \pi r^2$ .

10 نفخت هديل بالونًا على شكل كرة، فازداد نصف قطره بمعدل  $3 \text{ cm/s}$ . جد معدل تغير حجم البالون عندما يكون نصف قطره  $4 \text{ cm}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون ( $V$ ) و نصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

11 تتناقص أطوال أضلاع مكعب بمعدل  $6 \text{ cm/s}$ . جد معدل تغير حجم المكعب عندما يكون طول ضلعه  $30 \text{ cm}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم المكعب ( $V$ ) و طول ضلعه ( $x$ ) هي:  $V = x^3$ .

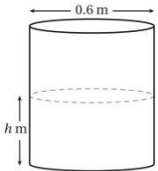
12 يخرج الهواء من منطاد كروي الشكل بمعدل ثابت مقداره  $0.6 \text{ cm}^3/\text{s}$ . جد معدل تناقص نصف قطر المنطاد عند اللحظة التي يكون فيها نصف القطر  $2.5 \text{ m}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد ( $V$ ) و نصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

13 نفخت ماجدة بالونًا على شكل كرة، فازداد حجمه بمعدل  $800 \text{ cm}^3/\text{s}$ . جد معدل زيادة نصف قطر البالون عندما يكون طول نصف قطره  $60 \text{ cm}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون ( $V$ ) و نصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

- 16 خزّان وقود اسطواني الشكل، و قطر قاعدته  $2\text{ m}$ . إذا ملئ الخزّان بالوقود بمعدّل  $0.5\text{ m}^3/\text{min}$  فجد معدّل تغيّر ارتفاع الوقود فيه، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزّان ( $V$ ) و ارتفاعه ( $h$ ) هي:
- $$V = \pi r^2 h$$

- 14 يزداد نصف قطر فقاعة صابون كروية الشكل بمعدّل  $0.5\text{ cm/s}$ . جد سرعة زيادة مساحة سطح الفقاعة عندما يكون طول نصف قطرها  $3\text{ cm}$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة سطح الفقاعة ( $A$ ) و نصف قطرها ( $r$ ) هي:  $A = 4\pi r^2$ .

- 17 يبيّن الشكل المجاور خزّان ماء اسطواني الشكل. إذا كانت كمية الماء في الخزّان تزداد بمعدّل  $0.4\text{ m}^3/\text{s}$ ، فجد معدّل تغيّر عمق الماء فيه ( $h$ )، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الخزّان ( $V$ ) و ارتفاعه ( $h$ ) هي:  $V = \pi r^2 h$



- 15 اتّخذ ورمًا شكلاً كروياً تقريبياً ، و قد ازداد نصف قطره بمعدّل  $0.13\text{ cm}$  لكل شهر. جد معدّل تغيّر حجم الورم عندما يكون طول نصف قطره  $0.45\text{ cm}$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين حجم الورم ( $V$ ) و نصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

20 إذا كان:  $\ln(xy) = x^2 + y^2$ ، فاثبت أن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2y - y}{x - 2xy^2}$$

18 تسرب نفط من ناقلة بحرية، مكوناً بقعة دائرية الشكل على سطح الماء، تزداد مساحتها بمعدل  $50 \text{ m}^2/\text{min}$ . جد سرعة تزايد نصف قطر البقعة عندما يكون طول نصف قطرها  $20 \text{ m}$ ، علماً بأن العلاقة التي تربط بين مساحة الدائرة ( $A$ ) ونصف قطرها ( $r$ ) هي:  $A = 4\pi r^2$ .

21 إذا كان المتغيران  $w$  و  $u$  مرتبطين بالعلاقة:

$u = 150\sqrt[3]{w^2}$ ، وكانت قيمة المتغير  $w$  تزداد بمرور الزمن  $t$ ، وفقاً للعلاقة:  $w = 0.05t + 8$ ، فجد معدل تغير  $u$  بالنسبة إلى الزمن عندما  $w = 64$ .

19 جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة:

$$x^2 + 6y^2 = 10 \text{ عندما } x = 2.$$

امتحان

الاشتقاق الضمني و المعدلات المرتبطة

1. إذا كان:  $2x + 3y^2 = 1$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

a)  $\frac{-1}{3y}$

b)  $\frac{-1}{3x}$

c)  $\frac{-1}{y}$

d)  $\frac{-1}{x}$

2. إذا كان:  $xy - 2y = 3e^x$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

a)  $\frac{3e^y - x}{y - 2}$

b)  $\frac{e^x - y}{x - 2}$

c)  $\frac{3e^x - y}{x - 2}$

d)  $\frac{3e^x + y}{x + 2}$

3. إذا كان:  $xy + x = 1$ ، فإن  $\frac{dy}{dx} \Big|_{(1,0)}$ :

a) 1

b) 0

c) -2

d) -1

4. إذا كان:  $y^2 = \ln x$ ، فإن  $\frac{dy}{dx} \Big|_{(e,1)}$ :

a)  $2e$

b)  $\frac{1}{2e}$

c)  $\frac{1}{e}$

d)  $e$

5. إذا كان:  $2x^2 + y^2 = 34$ ، فإن ميل المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة  $(3, 4)$ :

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{1}{2}$

c)  $\frac{-1}{2}$

d)  $\frac{-3}{2}$

6. ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة:  $3x - 2y + 12 = 0$  هو:

a) 6

b) 3

c)  $\frac{3}{2}$

d)  $\frac{-2}{3}$

10. إذا كان:  $x^2 + y^2 = y$ ، فإن  $\frac{dy}{dx}$ :

a)  $\frac{-2}{2y-1}$

b)  $\frac{2}{2y-1}$

c)  $\frac{2x}{2y-1}$

d)  $\frac{-2x}{2y-1}$

7. إذا كان:  $y^2 - x^2 = 0$ ، فإن ميل المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة  $(1, \sqrt{2})$ :

a)  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

b)  $-\sqrt{2}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

d)  $\sqrt{2}$

11. تتناقص أطوال أضلاع مكعب بمعدل  $6 \text{ cm/s}$ ، فإن معدل تغير حجم المكعب عندما يكون طول ضلعه  $30 \text{ cm}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم المكعب ( $V$ ) و طول ضلعه ( $x$ ) هي:  
 $V = x^3$

a) 16200

b) - 16200

c) 1620

d) - 1620

8. إذا كان:  $(y - 3)^2 = 4x - 20$ ، فإن ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة  $(6, 1)$ :

a) 1

b) - 1

c) 2

d) - 2

9. إذا كان:  $y^3 + xy = 2$ ، فإن معادلة المماس عند النقطة  $(1, 1)$ :

a)  $y = \frac{-1}{4}x + \frac{5}{4}$

b)  $y = -4x - \frac{4}{5}$

c)  $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$

d)  $y = 4x - \frac{5}{4}$

12. نفخت هديل بالونًا على شكل كرة، فازداد نصف قطره بمعدل  $3 \text{ cm/s}$  فإن معدل تغير حجم البالون عندما يكون نصف قطره  $4 \text{ cm}$ ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون ( $V$ ) و نصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

a)  $48\pi$

b)  $12\pi$

c)  $64\pi$

d)  $192\pi$



إدارة الامتحانات والاختبارات  
قسم الامتحانات العامة

## امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣

(وثيقة معمية/محدود)

مدة الامتحان:  $\frac{30}{2}$  س

اليوم والتاريخ: الاثنين ١٠/٧/٢٠٢٣ م  
رقم الجلوس:

رقم المبحث: 105

رقم النموذج: (١)

المبحث: الرياضيات (الورقة الأولى، ف١)

الفرع: (أدبي، شرعي، فندقي جامعات)

اسم الطالب:

**ملحوظة مهمة:** أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5) بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أن عدد صفحات الامتحان (7).

السؤال الأول (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علماً بأن عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أن رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و (b) يقابله (ب)، و (c) يقابله (ج)، و (d) يقابله (د).

(1) إذا كان  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، فإن  $f(-3)$  تساوي:

- a)  $\frac{1}{8}$
- b)  $-\frac{1}{8}$
- c) 8
- d) -8

(2) خط التقارب الأفقي للاقتران  $f(x) = 5^{x+1} - 3$  هو:

- a)  $y = 3$
- b)  $y = -3$
- c)  $y = 1$
- d)  $y = -1$

(3) يبلغ عدد المشاركين في جمعية خيرية (40) شخصاً هذه السنة، ويُتوقع زيادة هذا العدد بنسبة 7% كل سنة.

ما اقتران النمو الأسّي الذي يُمثل عدد المشاركين بعد  $t$  سنة؟

- a)  $A(t) = 40(0.93)^t$
- b)  $A(t) = 40(1.07)^t$
- c)  $A(t) = 40(0.07)^t$
- d)  $A(t) = 40(1.7)^t$

يتبع الصفحة الثانية ....



الصفحة الثانية/نموذج (١)

(4) الصورة الأسية للمعادلة اللوغاريتمية  $\log_2 y = 8$  هي:

- a)  $y^8 = 2$
- b)  $8^2 = y$
- c)  $2^8 = y$
- d)  $8^y = 2$

(5) قيمة  $\log_3 9^5$  هي:

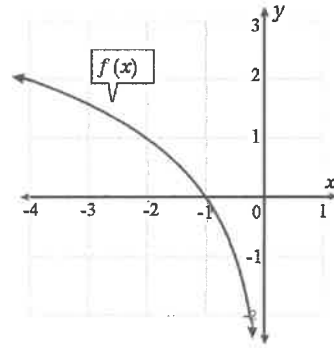
- a) 9
- b) 7
- c) 5
- d) 10

(6) مجال الاقتران  $f(x) = \log_7(x - 3)$  هو:

- a)  $(-3, \infty)$
- b)  $(3, \infty)$
- c)  $(-\infty, -3)$
- d)  $(-\infty, 3)$

(7) يُمثل الشكل الآتي التمثيل البياني لمنحنى الاقتران  $f(x)$ . أي الآتية يُمثل قاعدة الاقتران  $f(x)$  ؟

- a)  $f(x) = -\log_2 x$
- b)  $f(x) = \log_2(-x)$
- c)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
- d)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(-x)$



(8) أيّ المقادير الآتية يكافئ المقدار  $3 \log a + \log b - \log c$  ، علماً بأن المتغيرات جميعها تمثل أعداداً حقيقية موجبة؟

- a)  $\log\left(\frac{a^3 b}{c}\right)$
- b)  $\log(a^3 + b - c)$
- c)  $\log\left(\frac{ab}{c}\right)^3$
- d)  $\log\left(\frac{3ab}{c}\right)$

يتبع الصفحة الثالثة ....

الصفحة الثالثة/نموذج (١)

\* إذا كان  $\log_a 3 \approx 0.68$  ،  $\log_a 7 \approx 1.21$  ، فأجب عن الفقرتين 9 و 10 الآتيتين:

(9) قيمة  $\log_a 21$  هي:

- a) 0.53
- b) 1.89
- c) 3.63
- d) 4.76

(10) قيمة  $\log_a \left(\frac{a}{7}\right)$  هي:

- a) 0.21
- b) -0.21
- c) 0.83
- d) -0.83

(11) إذا كان  $\log 5 \approx \frac{7}{10}$  ،  $\log 12 \approx \frac{11}{10}$  ، فإن قيمة  $\log_5 12$  تقريباً هي:

- a)  $\frac{11}{7}$
- b)  $\frac{7}{11}$
- c)  $\frac{4}{10}$
- d)  $\frac{18}{10}$

(12) حل المعادلة الأسية  $4e^{-2x} = 24$  هو:

- a)  $-\ln 3$
- b)  $\ln 3$
- c)  $-\frac{\ln 6}{2}$
- d)  $\frac{\ln 6}{2}$

(13) حل المعادلة الأسية  $2^x = 3$  هو:

- a)  $\frac{\log 3}{\log 2}$
- b)  $\frac{\log 2}{\log 3}$
- c)  $\log \frac{3}{2}$
- d)  $\log \frac{2}{3}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

الصفحة الرابعة/نموذج (١)

(14) يُمثّل الاقتران  $N(t) = 50 + 10e^{0.2t}$  عدد ذباب الفاكهة بعد (t) ساعة من بدء دراسة عليها.

العدد الأصلي للذباب عند بدء الدراسة هو:

- a) 70
- b) 10
- c) 50
- d) 60

(15) إذا كان  $S(x) = 200\sqrt{5x^2 + 100}$  ، فإنّ معدل تغير الاقتران S بالنسبة إلى x هو:

- a)  $S'(x) = \frac{5x}{\sqrt{5x^2+100}}$
- b)  $S'(x) = \frac{1000x}{\sqrt{5x^2+100}}$
- c)  $S'(x) = \frac{2000x}{\sqrt{5x^2+100}}$
- d)  $S'(x) = \frac{10x}{\sqrt{5x^2+100}}$

(16) إذا كان  $h(x)$  و  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان  $f(x) = g(h(x))$  حيث  $h'(2) = 5$  ، فإنّ  $f'(2)$  هي:

$h(2) = -1$  ،  $g'(-1) = 3$  ،  $g(-1) = 2$  ، فإنّ  $f'(2)$  هي:

- a) 10
- b) 0
- c) 3
- d) 15

(17) إذا كان  $u$  و  $v$  اقترانين قابلين للاشتقاق حيث  $u(1) = -1$  ،  $u'(1) = 1$  ،  $v(1) = 3$  ،  $v'(1) = 2$  ، فإنّ  $\left(\frac{v}{u}\right)'(1)$  هي:

- a) 2
- b) -5
- c) 1
- d) -3

(18) إذا كان  $f(x) = e^3 + 2e^{-x}$  ، فإنّ  $f'(x)$  هي:

- a)  $-2e^{-x}$
- b)  $3e^2 - 2e^{-x}$
- c)  $2e^{-x}$
- d)  $3e^2 + 2e^{-x}$

يتبع الصفحة الخامسة ....

الصفحة الخامسة/نموذج (١)

19) إذا كان  $f(x) = x^3 - e^{2x}$  ، فإن  $f'(1)$  هي:

- a)  $1 - e^2$
- b)  $1 - 2e^2$
- c)  $3 - e^2$
- d)  $3 - 2e^2$

20) إذا كان  $f(x) = \ln(7x)$  ، فإن  $f'(x)$  هي:

- a)  $\frac{x}{7}$
- b)  $\frac{7}{x}$
- c)  $\frac{1}{7x}$
- d)  $\frac{1}{x}$

21) إذا كان  $f(x) = x \ln x$  ، فإن  $f'(e)$  هي:

- a) 2
- b) 1
- c) -1
- d) -2

22) إذا كان  $f(x) = \frac{16}{x^2+3}$  ، فإن ميل المماس لمنحنى الاقتران  $f(x)$  عندما  $x = 1$  هو:

- a) 8
- b) -8
- c) -2
- d) 2

23) إذا كان الاقتران  $s(t) = 5t^2 - t + 3$  ،  $t \geq 0$  ،  $s(t)$  يُمثل موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم حيث  $s$  الموقع

بالأمتار، و  $t$  الزمن بالثواني، فإن سرعة الجسيم المتجهة عندما  $t = 2$  هي:

- a) 21m/s
- b) 22m/s
- c) 20m/s
- d) 19m/s

الصفحة السادسة / نموذج (1)

24) إذا كان  $f(x) = x^3 - 3x^2$  ، فإن للاقتران  $f(x)$  قيمة صغرى محلية عندما  $x$  تساوي:

- a) 0
- b) 2
- c) 3
- d) 1

25) إذا كان  $y^2 + \cos x = 5$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  هي:

- a)  $\frac{\sin x}{2}$
- b)  $-\frac{\sin x}{2y}$
- c)  $\frac{\sin x}{2y}$
- d)  $-\frac{\sin x}{2}$

السؤال الثاني: (20 علامة)

(a) يُمثل الاقتران  $f(x) = 300(2)^{\frac{x}{3}}$  عدد الخلايا البكتيرية بعد  $x$  ساعة في تجربة مخبرية.

بعد كم ساعة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 1200 خلية ؟ (9 علامات)

(b) استثمر معاذ مبلغ JD7000 في شركة بنسبة ربح مُركب تبلغ 1.5% وتُضاف كل 4 أشهر.

جد جملة المبلغ بعد 5 سنوات؟ (11 علامة)

السؤال الثالث: (38 علامة)

(a) جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يأتي عند قيمة  $x$  المعطاة: (16 علامة)

1)  $y = \sqrt[3]{x^2 + 7}$  ،  $x = 1$

2)  $y = u^2 - 3u + 1$  ،  $u = x^3 + 1$  ،  $x = 2$

(b) جد مشتقة كل اقتران مما يأتي: (22 علامة)

1)  $f(x) = (4x - 3)^6 (7 - 2x)$

2)  $f(x) = \sin 4x + \frac{5}{\cos x}$

3)  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \cos^2 x$

الصفحة السابعة/نموذج (١)

السؤال الرابع: (18 علامة)

(a) جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $f(x) = x^2 - 10$  عندما  $x = 4$  (10 علامات)

(b) يُمثل الاقتران:  $s(t) = 2t^3 - 6t^2 + 8t$  ،  $t \geq 0$  موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث  $s$  الموقع بالأمتار و  $t$  الزمن بالثواني، فما سرعة الجسم المتجهة عندما يكون تسارعه صفرًا ؟ (8 علامات)

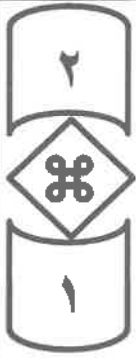
السؤال الخامس: (24 علامة)

(a) حديقة منزلية على شكل مستطيل، أنشئت مقابل جدار، إذا كان محيط الحديقة من دون الجدار 400m ، فجد بعدي الحديقة اللذين يجعلان مساحتها أكبر ما يُمكن. (10 علامات)

(b) يُمثل الاقتران  $s(x) = 1500 - 2x$  سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من مُنتج معين حيث  $x$  عدد القطع المباعة، ويُمثل الاقتران  $C(x) = 3000 + 0.5x^2$  تكلفة إنتاج  $x$  قطعة من المُنتج بالدينار. جد عدد القطع اللازم بيعها من المُنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن. (7 علامات)

(c) خزان ماء أسطواني الشكل، طول قطر قاعدته 1m . إذا مُلئ الخزان بالماء بمعدل  $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$  ، فجد معدل تغير ارتفاع الماء فيه، علمًا بأنّ العلاقة التي تربط بين حجم الخزان ( $V$ ) وارتفاعه ( $h$ ) هي:  $V = \pi r^2 h$  (7 علامات)

« انتهت الأسئلة »



R (X ك !)

إدارة الامتحانات والاختبارات  
قسم الامتحانات العامة

## امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣/التكميلي

(وثيقة محمية/محمود)

د س  
٣٠ : ٢

مدة الامتحان: ٣٠ : ٢  
اليوم والتاريخ: السبت ٣٠/١٢/٢٠٢٣ م  
رقم الجلوس:

رقم المبحث: 101  
رقم النموذج: (١)

المبحث: الرياضيات (الورقة الأولى، ف١)  
الفرع: (أدبي، شرعي، فندقي جامعات)  
اسم الطالب:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5) بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أن عدد صفحات الامتحان (6).

السؤال الأول: (100 علامة)

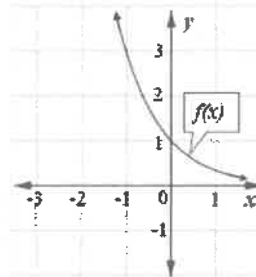
اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علماً بأن عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أن رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي و(b) يقابله (ب)، و(c) يقابله (ج)، و(d) يقابله (د).

(1) قيمة الاقتران  $f(x) = -3(2)^x$  عند  $x = 3$  هي:

- a) -24
- b) 24
- c) -18
- d) 18

(2) يمثل الشكل الآتي التمثيل البياني لمنحنى الاقتران  $f(x)$ . واحدة مما يأتي تُمثل قاعدة  $f(x)$  هي:

- a)  $f(x) = 3^x$
- b)  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
- c)  $f(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x$
- d)  $f(x) = -(3^x)$



(3) مدى الاقتران  $f(x) = 5^x - 1$  هو:

- a)  $(-\infty, -1)$
- b)  $(-\infty, 1)$
- c)  $(1, \infty)$
- d)  $(-1, \infty)$

الصفحة الثانية/ نموذج (١)

(4) خط التقارب الأفقي للاقتران  $f(x) = 4^{x-3} + 7$  هو:

- a)  $x = 7$
- b)  $x = -7$
- c)  $y = 7$
- d)  $y = -7$

(5) يُمثل الاقتران  $A(t) = 200(1.43)^t$  اقتران النمو الأسّي لعدد الدجاج في مزرعة دواجن حيث  $t$  الزمن بالسنوات. قيمة عامل النمو تساوي:

- a) 0.43
- b) 1.43
- c) 143
- d) 43

(6) أودع تاجر مبلغ JD5000 في حساب بنكي بنسبة ربح مركب مستمر مقدارها 2.5% . المقدار الذي يُعبّر عن جملة المبلغ بعد 4 سنوات هو:

- a)  $A = 5000(1.025)^{0.1}$
- b)  $A = 5000(1.025)^{10}$
- c)  $A = 5000e^{10}$
- d)  $A = 5000e^{0.1}$

(7) الصورة اللوغاريتمية للمعادلة الأسية  $x = 5^y$  هي:

- a)  $x = \log_y 5$
- b)  $x = \log_5 y$
- c)  $y = \log_x 5$
- d)  $y = \log_5 x$

(8) قيمة  $\log_5 1 - \log_5 \sqrt[3]{5}$  هي:

- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $-\frac{1}{3}$
- c) 3
- d) -3

(9) قيمة  $7^{\log_7 14}$  هي:

- a) 7
- b) 49
- c) 2
- d) 14





الصفحة الثالثة/ نموذج (١)

(10) مجال الاقتران  $f(x) = -2 \log(5 - x)$  هو:

- a)  $(5, \infty)$
- b)  $(-\infty, 5)$
- c)  $(-5, \infty)$
- d)  $(-\infty, -5)$

\* إذا كان  $\log_a 5 \approx 1.46$  ،  $\log_a 2 \approx 0.63$  ، فأجب عن الفقرتين 11 و 12 الآتيتين:

(11) قيمة  $\log_a \frac{5}{2}$  هي:

- a) 0.83
- b) 2.09
- c) 2.32
- d) 0.73

(12) قيمة  $\log_a(5a)$  هي:

- a) -2.46
- b) 0.46
- c) 2.46
- d) -0.46

(13) أي المقادير الآتية يكافئ المقدار  $\log_2 x^3 y^4$  ، علمًا بأن المتغيرات جميعها تمثل أعدادًا حقيقية موجبة؟

- a)  $3 \log_2 x + \log_2 y$
- b)  $3 \log_2 x + 4 \log_2 y$
- c)  $4 \log_2 x + 3 \log_2 y$
- d)  $\log_2 x + 4 \log_2 y$

(14) المقدار  $\log_3 10$  يكافئ:

- a)  $-\log 3$
- b)  $\log 3$
- c)  $\frac{1}{\log 3}$
- d)  $-\frac{1}{\log 3}$

(15) حل المعادلة الأسية  $5^{2x} - 3(5^x) = 0$  هو:

- a)  $\frac{\ln 3}{\ln 5}$
- b)  $\frac{\ln 5}{\ln 3}$
- c)  $\ln \frac{5}{3}$
- d)  $\ln \frac{3}{5}$

يتبع الصفحة الرابعة ....



الصفحة الرابعة/ نموذج (١)

16) إذا كان  $f(x) = (7 - 2x)^5$  ، فإن  $f'(x)$  هي:

- a)  $-10(7 - 2x)^4$
- b)  $10(7 - 2x)^4$
- c)  $5(7 - 2x)^4$
- d)  $-5(7 - 2x)^4$

17) إذا كان  $g(x) = 20\left(1 - \frac{4}{1+x^2}\right)$  ، فإن معدل تغير الاقتران  $g$  بالنسبة إلى  $x$  هو:

- a)  $\frac{80}{(1+x^2)^2}$
- b)  $\frac{-80}{(1+x^2)^2}$
- c)  $\frac{160x}{(1+x^2)^2}$
- d)  $\frac{-160x}{(1+x^2)^2}$

18) إذا كان  $f(x)$  و  $g(x)$  اقترانين قابلين للاشتقاق عندما  $x = 1$  ، وكان  $f(1) = 4$  ،  $f'(1) = 5$  ، فإن  $(4f + fg)'(1)$  يساوي:

- a) 27
- b) 10
- c) 28
- d) 0

19) إذا كان  $u$  اقترانًا قابلاً للاشتقاق ، حيث  $u(5) = -3$  ،  $u'(5) = -6$  ، فإن  $\left(\frac{12}{u}\right)'$  (5) هي:

- a) -2
- b) 2
- c) -8
- d) 8

20) إذا كان  $f(x) = e^{x^3} + \ln x$  ، فإن  $f'(1)$  يساوي:

- a)  $e$
- b)  $3e$
- c)  $e + 1$
- d)  $3e + 1$

21) ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران  $f(x) = 2x^3 - x - 1$  عند النقطة  $(-1, -2)$  هو:

- a)  $\frac{1}{5}$
- b)  $-\frac{1}{5}$
- c) 5
- d) -5



الصفحة الخامسة/ نموذج (١)

(22) إذا كان  $f(x) = x^2 + \sin 2x$  ، فإن  $f''(x)$  يساوي:

- a)  $2 + 2 \sin 2x$
- b)  $2 - 4 \sin 2x$
- c)  $2 - 4 \cos 2x$
- d)  $2 + 2 \cos 2x$

(23) إذا كان  $f(x) = 6x - x^2$  ، فإن القيمة العظمى للاقتزان  $f(x)$  هي:

- a) 9
- b) -9
- c) 3
- d) -3

(24) يُمثل الاقتران  $A(x) = 40x - 2x^2$  مساحة حديقة مستطيلة الشكل بالأمتار المربعة، حيث  $x$  أحد بعدي الحديقة. أكبر مساحة ممكنة لهذه الحديقة تساوي:

- a) 800
- b) 600
- c) 400
- d) 200

(25) إذا كان  $3x^2 - y^3 = 13$  ، فإن قيمة  $\frac{dy}{dx}$  عند النقطة  $(2, -1)$  تساوي:

- a)  $\frac{1}{4}$
- b)  $-\frac{1}{4}$
- c) -4
- d) 4

السؤال الثاني: (13 علامة)

(a) اشترى شخص جهاز حاسوب بمبلغ JD550 . إذا كان ثمن الحاسوب يتناقص بنسبة 10% سنويًا، فما ثمن جهاز الحاسوب بعد 5 سنوات؟

(6 علامات)

(b) استثمر تاجر مبلغ JD20000 في شركة بنسبة ربح مركب تبلغ 16% ، وتُضاف كل 6 أشهر. ما جملة المبلغ بعد نصف سنة ؟

(7 علامات)

السؤال الثالث: (34 علامة)

(a) جد  $\frac{dy}{dx}$  لكل مما يأتي عند قيمة  $x$  المعطاة:

(13 علامة)

1)  $y = 4(5 - x)^3 + 2x$  ،  $x = 3$

2)  $y = 2u^3 + 8u + 1$  ،  $u = \sqrt{x}$  ،  $x = 4$

(21 علامة)

(b) جد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$1) f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3) + \sin^2 x$$

$$2) f(x) = 2e^{x^2} \ln x + \cos 5x, \quad x > 0$$

$$3) f(x) = \frac{xe^6}{x-1}, \quad x \neq 1$$

السؤال الرابع: (24 علامة)

(a) جد إحداثي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى الاقتران  $f(x) = x^3 - 3x$  التي يكون عندها المماس أفقيًا.

(12 علامة)

(b) يُمثل الاقتران:  $s(t) = t^4 - 32t, \quad t \geq 0$  موقع جسم يتحرك على خط مستقيم، حيث  $s$  الموقع

بالأمتار و  $t$  الزمن بالثواني. ما تسارع الجسم عندما تكون سرعته صفرًا؟ (12 علامة)

السؤال الخامس: (29 علامة)

(a) أرادت إحدى الشركات أن تصنع خزانات معدنية على شكل متوازي مستطيلات مفتوح من الأعلى، بحيث يكون حجم كل منها  $32m^3$  ، وقاعدته مربعة. جد أبعاد الخزان الواحد التي تجعل مساحة سطحه أقل ما يمكن. (13 علامة)

(b) يُمثل الاقتران  $s(x) = 300 - 0.2x$  سعر القطعة الواحدة (بالدينار) من مُنتج لإحدى الشركات، حيث  $x$  عدد القطع المُنتجة، ويُمثل الاقتران  $C(x) = 100 + 2x$  تكلفة إنتاج  $x$  قطعة من المُنتج (بالدينار). ما عدد القطع اللازم بيعها من المُنتج لتحقيق أكبر ربح ممكن؟ (9 علامات)

(c) يتغير حجم بالون كروي الشكل عند نفخه، فإذا ازداد نصف قطره بمعدل  $2cm/s$  . فما معدل تغير حجم البالون عندما يكون قطره  $6cm$  ، علمًا بأن العلاقة التي تربط بين حجم البالون ( $V$ ) ونصف قطره ( $r$ ) هي:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  (7 علامات)


﴿ انتهت الأسئلة ﴾

**المكتّف الكبير**

**شرح كامل للدروس**

**امتحان لكل درس**

**أسئلة و نماذج وزارية**

الأستاذ محمد صلاح رياضيات 

الأستاذ محمد صلاح - رياضيات توجيهي 

0787412853 